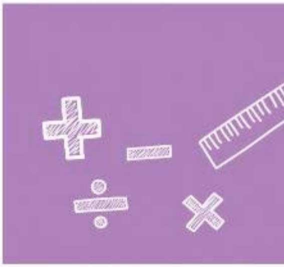
wydanie polecane przez nauczycieli

TABLICE

matematyka fizyka

- przejrzysty układ
- niezastąpione na lekcji i w domu
- zgodne z potrzebami uczniów i wymaganiami nauczycieli



GREG
WYDAWNICTWO EDUKACYJNE

Tablice matematyczne – autorzy:
Beata Prucnal, Piotr Gołąb, Piotr Kosowicz, Alicja Nawrot
Tablice fizyczne – autor:
Alicja Nawrot

Redakcja merytoryczna:
Zofia Daszczyńska, Grzegorz Dzioba,
Julia Lewicka, Beata Piekarczyk

Rysunki:
Beata Prucnal

Korekta:
Patrycja Jabłońska, Agnieszka Sabak

ISBN 978-83-7517-737-4

31-979 Kraków, ul. Klasztorna 2B
tel. 12 680 15 50
www.greg.pl

Księgarnia internetowa: www.greg.pl

Skład i łamanie: Pracownia Słowa

Opracowanie graficzne: BROS

Projekt okładki: Aleksandra Zimoch

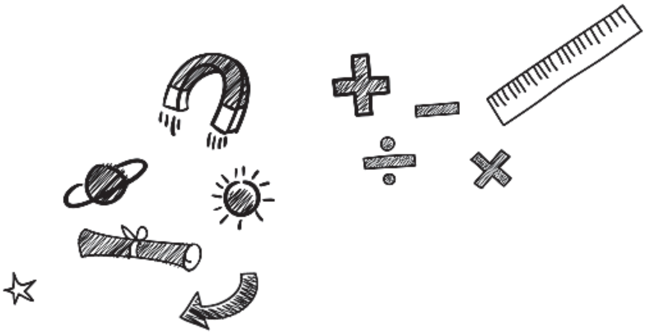
Shutterstock: Aleksey Troshin, Awstok, Bildagentur Zoonar
GmbH, diversepixel, Rawpixel, Veronika By, Zimiri

wydanie
polecane
przez
nauczycieli

TABLICE

matematyka
fizyka

przejrzysty układ ▪
niezastąpione na lekcji i w domu ▪
zgodne z potrzebami uczniów ▪
i wymaganiami nauczycieli



GREG
WYDAWNICTWO

OD WYDAWCY

Tablice matematyka prezentują najważniejsze wzory, definicje, twierdzenia, rysunki z matematyki. To jedyna pozycja na rynku, która zawiera tak kompleksowy zestaw wiadomości.

Tablice zostały przygotowane z myślą o tych, którzy szukają kompendium wiedzy potrzebnej w szkole, bez konieczności odnajdywania informacji w kilku różnych książkach.

Dzięki tabelom i zestawieniom wiadomości są podane w taki sposób, by łatwo można było je odnaleźć i zapamiętać.

Tablice fizyka zbierają najważniejsze informacje fizyki i astronomii zaprezentowane w formie wygodnych i przejrzystych tabel.

Materiał zawarty w *Tablicach* dobrany jest trafnie, książka zawiera wszystko to, co jest niezbędne w szkole oraz podczas samodzielnej nauki w domu. Uporządkowane zestawienia znacznie ułatwiają zapamiętywanie.

Serdecznie polecamy!
Wydawnictwo GREG

SPIS TREŚCI

TABLICE MATEMATYCZNE

Alfabet grecki, wybrane stałe, nazwy liczb 11
Cyfry i liczby rzymskie, jednostki podstawowe 12
Wybrane własności liczb 13
Działania arytmetyczne 14
Ułamki, proporcjonalność, proporcje 15
Podstawowe pojęcia algebry 17
Dwumian Newtona 19
Tablica pierwiastków kwadratowych 21
Tablica pierwiastków sześciennych 25
Podstawowe typy równań 29
Postaci trójmianu kwadratowego 30
Wielomiany 31
Układy równań liniowych 32
Logarytm: definicje i własności 34
Tablica logarytmów naturalnych 35
Tablica logarytmów dziesiętnych 37
Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta 38
Wykresy funkcji trygonometrycznych 42
Tablice funkcji trygonometrycznych 43
Funkcje cyklometryczne 47
Ciąg arytmetyczny i geometryczny 48
Średnie 49
Granica ciągu 49
Pojęcie funkcji 51
Granica funkcji w punkcie 52
Badanie przebiegu zmienności funkcji 54
Wybrane własności funkcji 54
Funkcje: liniowa, kwadratowa i homograficzna 55
Funkcje: wartość bezwzględna, signum, E(x) 57
Monotoniczność funkcji 57
Rachunek różniczkowy 58
Pochodne funkcji elementarnych 59
Rachunek całkowy 60
Całki funkcji elementarnych 61
Elementarne przekształcenia funkcji 61
Macierze i wyznaczniki 62
Podstawowe twierdzenia geometrii 64
Podstawy geometrii 65

Kąty w różnym ujęciu . . . 65
Wybrane przekształcenia geometryczne . . . 67
Prosta . . . 70
Płaszczyzna . . . 71
Trójkąty . . . 72
Czworokąty . . . 74
Klasyfikacja wielokątów . . . 76
Okrąg . . . 77
Koło i jego części . . . 79
Bryły . . . 79
Krzywe drugiego stopnia . . . 83
Wektory . . . 85
Działania na zbiorach . . . 86
Elementy logiki . . . 87
Rachunek zdań a rachunek zbiorów – analogie . . . 88
Elementy kombinatoryki . . . 89
Rachunek prawdopodobieństwa . . . 90

TABLICE FIZYCZNE

MIĘDZYNARODOWY UKŁAD JEDNOSTEK SI . . . 95
  Podstawowe i uzupełniające jednostki międzynarodowego układu jednostek SI . . . 95
  Definicje jednostek podstawowych i uzupełniających . . . 95
MECHANIKA . . . 96
  Kinematyka . . . 96
    Ruch prostoliniowy . . . 98
  Dynamika . . . 104
    Składanie sił . . . 106
    Rozkładanie sił . . . 106
    Tarcie . . . 106
    Ruch okresowy . . . 107
    Twierdzenie Steinera . . . 114
    Zasady dynamiki dla ruchu obrotowego . . . 114
    Zasada niezależności działania momentów sił . . . 114
    Zasada zachowania momentu pędu dla bryły sztywnej . . . 114
  Pole grawitacyjne . . . 114
  Teoria względności . . . 116
  Prawo Pascala . . . 118
  Prawo Archimedesa . . . 119
  Gazy . . . 119
  Ciecze . . . 121

ZJAWISKA CIEPLNE 122
Termodynamika 123
ELEKTROSTATYKA 124
Prąd zmienny 129
Pole magnetyczne 130
Elektromagnetyzm 130
Fale elektromagnetyczne 132
OPTYKA 134
Zwierciadła 134
Soczewki 136
Przyrządy optyczne 138
Dyfrakcja i interferencja 139
AKUSTYKA 140
Podział wrażeń słuchowych 140
MECHANIKA KWANTOWA 140
Cząstki elementarne (przykłady) 141
FIZYKA ATOMOWA 142
Budowa atomu (model Bohra) 142
Serie widmowe wodoru 143
Liczby kwantowe. 144
FIZYKA JĄDROWA 144
Rozpady promieniotwórcze. 144
ASTRONOMIA 145
Jednostki astronomiczne. 145
Orientacja na niebie 145
Doba 147
Miesiąc 147
Pory roku. 147
Fazy Księżyca 148
Budowa Słońca 148
Budowa Ziemi 149
Planety 149
Stadia rozwoju Wszechświata 149
Diagram Hertzsprunga-Russela 150

Podstawowe stałe fizyczne 151
Alfabet grecki 152

wydanie
polecane
przez
nauczycieli

TABLICE
matematyczne

- przejrzysty układ
- niezastąpione na lekcji i w domu
- zgodne z potrzebami uczniów i wymaganiami nauczycieli

ALFABET GRECKI, WYBRANE STAŁE, NAZWY LICZB

ALFABET GRECKI

Α	α	alfa	Ν	ν	ni
Β	β	beta	Ξ	ξ	ksi (lub Xi)
Γ	γ	gamma	Ο	ο	omikron
Δ	δ	delta	Π	π	pi
Ε	ε	epsilon	Ρ	ρ	ro
Ζ	ζ	dzeta	Σ	σ	sigma
Η	η	eta	Τ	τ	tau
Θ	θ	teta	Υ	υ	ypsilon
Ι	ι	jota	Φ	ϕ	fi
Κ	κ	kappa	Χ	χ	chi
Λ	λ	lambda	Ψ	ψ	psi
Μ	μ	mi	Ω	ω	omega

WYBRANE STAŁE

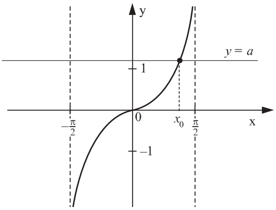
$\pi \approx 3{,}14159$	$\sqrt{7} \approx 2{,}64575$
$e \approx 2{,}71828$ (Liczba Eulera)	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 0{,}70711$
$\sqrt{2} \approx 1{,}41421$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \approx 0{,}57735$
$\sqrt{3} \approx 1{,}73205$	1 radian $\approx 57° \, 30'$ *według najnowszych danych
$\sqrt{5} \approx 2{,}23607$	$\varphi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (Złota liczba lub liczba Fi)

NAZWY LICZB

Przedrostki	Oznaczenie	Potęgi liczby 10	Nazwa liczby
piko	p	$10^{-12} = 0{,}000\ 000\ 000\ 001$	bilionowa
nano	n	$10^{-9} = 0{,}000\ 000\ 001$	miliardowa
mikro	μ	$10^{-6} = 0{,}000\ 001$	milionowa
mili	m	$10^{-3} = 0{,}001$	tysięczna
centy	c	$10^{-2} = 0{,}01$	setna
decy	d	$10^{-1} = 0{,}1$	dziesiąta
deka	da	$10^{1} = 10$	dziesięć
hekto	h	$10^{2} = 100$	sto
kilo	k	$10^{3} = 1000$	tysiąc
mega	M	$10^{6} = 1000\ 000$	milion
giga	G	$10^{9} = 1000\ 000\ 000$	miliard
tera	T	$10^{12} = 1000\ 000\ 000\ 000$	bilion
peta	P	$10^{15} = 1000\ 000\ 000\ 000\ 000$	biliard
eksa	E	$10^{18} = 1000\ 000^{3}$	trylion
jotta	Y	$10^{24} = 1000\ 000^{4}$	kwadrylion
		$10^{30} = 1000\ 000^{5}$	kwintylion
		$10^{60} = 1000\ 000^{10}$	decylion

3) Równanie tg $x = a$

Korzystamy z wykresu funkcji $y = \text{tg}\, x$. Okresem podstawowym funkcji tangens jest liczba π, zatem równanie $\text{tg}\, x = a$ wystarczy rozwiązać w dowolnym przedziale o długości π.



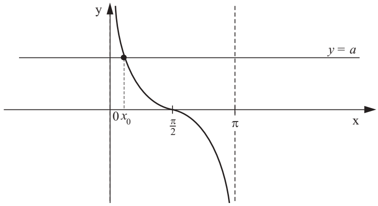
Każde równanie $\text{tg}\, x = a$, $a \in$ R ma w przedziale o długości π jedno rozwiązanie.

W zbiorze $\text{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi; k \in \text{C}\right\}$:

$\text{tg}\, x = a$
$\text{tg}\, x = \text{tg}\, x_0$
$x = x_0 + k\pi,\ k \in \text{C}.$

4) Równanie ctg $x = a$

Korzystamy z wykresu funkcji $y = \text{ctg}\, x$. Okresem podstawowym funkcji cotangens jest liczba π; rozwiązujemy równanie $\text{ctg}\, x = a$ w dowolnym przedziale o długości π.



Każde równanie $\text{ctg}\, x = a$, $a \in$ R, ma w przedziale o długości π jedno rozwiązanie.

W zbiorze $\text{R} \setminus \{k\pi;\ k \in \text{C}\}$:

$\text{ctg}\, x = a$
$\text{ctg}\, x = \text{ctg}\, x_0$
$x = x_0 + k\pi,\ k \in \text{C}.$

POSTACI TRÓJMIANU KWADRATOWEGO

POSTACI TRÓJMIANU KWADRATOWEGO		
– ogólna	$y = ax^2 + bx + c,\ a \neq 0$ i $b, c \in$ R	$(0, c)$ – punkt przecięcia z osią OY
– kanoniczna	$y = \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a},\ a \neq 0$ i $x \in$ R	$\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$ współrzędne wierzchołka paraboli
– iloczynowa	$a(x - x_1)(x - x_2),\ a \neq 0$ i $x \in$ R	$\Delta > 0$
	$a(x - x_0)^2$	$\Delta = 0$
	brak	$\Delta < 0$

WZORY VIÈTE'A

Jeżeli liczby x_1 i x_2 są pierwiastkami trójmianu kwadratowego $y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$; to $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$.

Wzory Viète'a są wykorzystywane głównie do obliczania wartości wyrażeń zawierających pierwiastki trójmianu, bez obliczania tych pierwiastków, i badania znaków pierwiastków trójmianu kwadratowego.

WIELOMIANY

Wielomianem stopnia *n* jednej zmiennej rzeczywistej x nazywamy funkcję postaci $W(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ...+ a_2x^2 + a_1x + a_0$, gdzie $a_0, a_1, a_2, ..., a_{n-1}, a_n \in R$; $a_n \neq 0$. Liczby $a_0, a_1, a_2, ..., a_n$ nazywamy współczynnikami wielomianu. Liczbę k nazywamy wskaźnikiem współczynnika a_k. Liczbę n nazywamy stopniem wielomianu W.
Wielomian $W(x) = 0$ nazywamy wielomianem zerowym. Wielomian zerowy nie ma określonego stopnia.
Dwa wielomiany są równe wtedy i tylko wtedy, gdy są tego samego stopnia i mają równe współczynniki przy odpowiednich potęgach zmiennej. Zatem jeśli:
$W(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ...+ a_1x + a_0,\ a_n \neq 0$;
$P(x) = b_k x^k + b_{k-1}x^{k-1} + ...+ b_1x + b_0,\ b_k \neq 0$;
to $\bigwedge_{x\in R} W(x) = P(x) \Leftrightarrow n = k \wedge a_n = b_k \wedge a_{n-1} = b_{k-1} \wedge ... \wedge a_0 = b_0$

Jednomianem stopnia *n* jednej zmiennej rzeczywistej x nazywamy funkcję postaci $W(x) = ax^n$, gdzie $n \in N$, $a \neq 0$.
Jednomiany tego samego stopnia tej samej zmiennej nazywamy **podobnymi.**
Suma jednomianów podobnych jest jednomianem do nich podobnym.

Pierwiastkiem wielomianu $W(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ...+ a_1x + a_0,\ a_n \neq 0$ nazywamy jego miejsce zerowe, tzn. taką liczbę rzeczywistą r, że $W(r) = 0$.

INNE SPOSOBY PRZEDSTAWIENIA WIELOMIANU	
postać Hornera	$W(x) = (...((a_nx + a_{n-1})x + a_{n-2})x + ...)x + a_1)x + a_0$
postać czynnikowa	$W(x) = a(x - x_1) ... (x - x_k) ... (x^2 + b_1x + c_1) ... (x^2 + b_px + c_p)$

DZIAŁANIA NA WIELOMIANACH

Dodawanie wielomianów. Sumą wielomianów $W(x)$ i $P(x)$, gdzie $W(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + ...+ a_1x + a_0,\ a_n \neq 0$; $P(x) = b_k x^k + b_{k-1}x^{k-1} + ...+ b_1x + b_0,\ b_k \neq 0$; $n, k \in N$, $n \geq k$, nazywamy wielomian $W(x) + P(x) = a_nx^n + ...+ a_{k+1}x^{k+1} + (a_k + b_k)x^k + (a_{k-1} + b_{k-1})x^{k-1} + ...+ (a_1 + b_1)x + a_0 + b_0$.
Czyli, aby dodać dwa wielomiany tej samej zmiennej, dodajemy ich wyrazy podobne.
Stopień sumy wielomianów jest nie większy od stopnia tego składnika, którego stopień jest najwyższy, lub suma wielomianów jest wielomianem zerowym.

Odejmowanie wielomianów. Różnicą wielomianów $W(x)$ i $P(x)$ nazywamy taki wielomian $Q(x)$, że $P(x) + Q(x) = W(x)$.

Iloczynem wielomianu $W(x)$ przez wielomian $P(x)$ nazywamy taki wielomian, który jest sumą wszystkich iloczynów wyrazów jednego wielomianu przez wyrazy drugiego wielomianu.

CIĄG ARYTMETYCZNY I GEOMETRYCZNY

CIĄG ARYTMETYCZNY I GEOMETRYCZNY

Ciąg arytmetyczny – ciąg liczbowy, w którym każdy wyraz, oprócz pierwszego, powstaje przez dodanie do poprzedniego wyrazu tej samej liczby r. Liczbę r mazywamy **różnicą ciągu arytmetycznego.**

Ciąg (a_n) jest ciągiem arytmetycznym $\Leftrightarrow \bigvee_{r \in R} \bigwedge_{n \in N} a_{n+1} = a_n + r$.

Jeśli różnica r jest liczbą dodatnią, to ciąg arytmetyczny jest ciągiem rosnącym; jeśli r jest liczbą ujemną, ciąg arytmetyczny jest ciągiem malejącym; natomiast jeśli $r = 0$, to ciąg arytmetyczny jest ciągiem stałym.

Dla ciągu arytmetycznego o pierwszym wyrazie a_1 i różnicy r, **wzór ogólny** ma postać $a_n = a_1 + (n - 1)r,\ n \in N$.

Jeżeli (a_n) jest ciągiem arytmetycznym, to każdy wyraz z wyjątkiem pierwszego i ostatniego (jeśli ciąg jest skończony) jest średnią arytmetyczną wyrazów z nim sąsiadujących: $a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$

Suma n początkowych, kolejnych wyrazów ciągu arytmetycznego wyraża się wzorem:

$$\bigwedge_{n \in N} S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{2a_1 + (n-1)r}{2} \cdot n.$$

Ciąg geometryczny – ciąg liczbowy, w którym każdy wyraz, oprócz pierwszego, powstaje przez pomnożenie wyrazu poprzedniego przez tę samą liczbę q. Liczbę q nazywamy **ilorazem ciągu geometrycznego.**

Ciąg (a_n) jest ciągiem geometrycznym $\Leftrightarrow \bigvee_{q \in R} \bigwedge_{n \in N} a_{n+1} = a_n \cdot q$.

Dla ciągu geometrycznego o pierwszym wyrazie a_1 i ilorazie q, **wzór ogólny** ma postać: $a_n = a_1 \cdot q^{n-1},\ n \in N$.

Jeżeli (a_n) jest ciągiem geometrycznym o wyrazach dodatnich, to dla $n \geq 2$ wyraz n-ty jest średnią geometryczną wyrazów z nim sąsiadujących: $a_n = \sqrt{a_{n-1} \cdot a_{n+1}}$.

Suma n początkowych, kolejnych wyrazów ciągu geometrycznego wyraża się wzorem:

dla $q \neq 1$ $\bigwedge_{n \in N} S_n = a_1 \cdot \frac{1-q^n}{1-q}$

dla $q = 1$ $\bigwedge_{n \in N} S_n = n \cdot a_1$.

Szereg geometryczny

Nieskończony ciąg (S_n) taki, że:

$$\begin{aligned} S_1 &= a_1, \\ S_2 &= a_1 + a_1 q, \\ S_3 &= a_1 + a_1 q + a_1 q^2, \\ &\vdots \\ S_n &= a_1 + a_1 q + a_1 q^2 + \ldots + a_1 q^{n-1} \\ &\vdots \end{aligned}$$

nazywamy **szeregiem geometrycznym** (ciągiem sum częściowych ciągu geometrycznego). Jeśli szereg geometryczny (ciąg sum częściowych ciągu geometrycznego) jest zbieżny, to jego granicę nazywamy **sumą szeregu geometrycznego** (sumą nieskończonego ciągu geometrycznego) i oznaczamy przez S, czyli $\lim_{n \to \infty} S_n = S$.

Jeżeli $|q| < 1$, to szereg geometryczny (S_n) jest zbieżny i $\lim_{n \to \infty} S_n = S = \frac{a_1}{1-q}$.

ŚREDNIE

ŚREDNIE
Średnia arytmetyczna – S_A liczb rzeczywistych $a_1, a_2, ..., a_n$ wyraża się wzorem: $S_A = \frac{a_1 + a_2 + ... + a_n}{n}$
Średnia geometryczna – S_G nieujemnych liczb rzeczywistych $a_1, a_2, ..., a_n$ wyraża się wzorem: $S_G = \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot ... \cdot a_n}$
Średnia kwadratowa – S_K liczb rzeczywistych $a_1, a_2, ..., a_n$ wyraża się wzorem: $S_K = \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + ... + a_n^2}{n}}$
Średnia harmoniczna – S_H dodatnich liczb rzeczywistych $a_1, a_2, ..., a_n$ wyraża się wzorem: $S_H = \frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + ... + \frac{1}{a_n}}$
Dla tego samego zestawu liczb dodatnich zachodzi zależność $S_H \le S_G \le S_A \le S_K$
Średnia ważona – S_W liczb rzeczywistych $a_1, a_2, ..., a_n$ wyraża się wzorem: $S_W = \frac{a_1 p_1 + a_2 p_2 + ... + a_n p_n}{p_1 + p_2 + ... + p_n}$ gdzie $p_1, p_2, ..., p_n$ to dodatnie wagi przypisane odpowiednio liczbom $a_1, a_2, ..., a_n$. W przypadku, gdy $p_1 = p_2 = ... = p_n = 1$, średnia ważona jest równa średniej arytmetycznej.

GRANICA CIĄGU

GRANICA CIĄGU

Granica ciągu liczbowego (limes)

Mówimy, że **granicą ciągu (a_n) przy n dążącym do nieskończoności jest liczba g** (ciąg (a_n) jest zbieżny do liczby g) wtedy, gdy do każdego otoczenia liczby g należą prawie wszystkie wyrazy ciągu (a_n). Zapisujemy $\lim_{n\to\infty} a_n = g$ lub $a_n \xrightarrow{n\to\infty} g$. Liczbę $g \in$ R nazywamy granicą właściwą.

$$\lim_{n\to\infty} a_n = g \Leftrightarrow \bigwedge_{\varepsilon > 0} \bigvee_{n_0} \bigwedge_{n > n_0} |a_n - g| < \varepsilon.$$

Jeżeli $\lim_{n\to\infty} a_n = a$ i $\lim_{n\to\infty} b_n = b$, $a, b \in$ R, to prawdziwe są następujące twierdzenia:

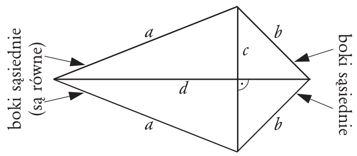
$\lim_{n\to\infty}(a_n + b_n) = a + b$ – granica sumy dwóch ciągów jest równa sumie granic tych ciągów,

$\lim_{n\to\infty}(a_n - b_n) = a - b$ – granica różnicy dwóch ciągów jest równa różnicy granic tych ciągów,

$\lim_{n\to\infty}(a_n \cdot b_n) = a \cdot b$ – granica iloczynu dwóch ciągów jest równa iloczynowi granic tych ciągów,

$\lim_{n\to\infty} \frac{a_n}{b_n} = \frac{a}{b}$ – granica ilorazu dwóch ciągów jest równa ilorazowi granic tych ciągów (przy dodatkowych założeniach $b_n \neq 0$ dla wszystkich $n \in$ N oraz $b \neq 0$).

Deltoid – czworokąt wypukły bądź wklęsły, który ma dwie pary boków jednakowej długości. Kąty zawarte między bokami nierównymi są równe. Przekątne deltoidu (ewentualnie ich przedłużenia) przecinają się pod kątem prostym. Deltoid ma co najmniej jedną oś symetrii.



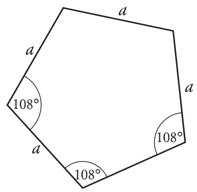
– **pole:** $P = \frac{1}{2}d \cdot c$, gdzie c, d – długości przekątnych deltoidu

KLASYFIKACJA WIELOKĄTÓW

KLASYFIKACJA WIELOKĄTÓW

Wielokąt – część płaszczyzny ograniczona zwykłą łamaną zamkniętą, łącznie z tą łamaną. Boki łamanej nazywamy bokami wielokąta, natomiast jej wierzchołki – wierzchołkami tego wielokąta. W każdym wielokącie ilość boków oraz wierzchołków, a co za tym idzie kątów jest taka sama. Sumę długości wszystkich boków nazywamy obwodem danego wielokąta.
Wielokąt nazywamy wypukłym, jeśli każde dwa jego punkty można połączyć odcinkiem całkowicie zawartym w tym wielokącie. Wielokąt, który nie jest wypukły nazywamy wklęsłym.
Każdy odcinek łączący wierzchołki wielokąta i nie będący jego bokiem nazywamy przekątną wielokąta. W wielokącie o n bokach można poprowadzić $\frac{n(n-3)}{2}$ przekątnych.
W wielokącie wypukłym wszystkie przekątne leżą w jego wnętrzu, natomiast w wielokącie wklęsłym niektóre z nich leżą poza wielokątem.

Suma miar kątów wewnętrznych dowolnego n-kąta wyraża się wzorem $(n-2)180°$.



Kątem wewnętrznym wielokąta nazywamy każdy kąt wyznaczony przez dwa boki o wspólnym wierzchołku.
Kątem zewnętrznym wielokąta wypukłego (tylko dla takich wielokątów pojęcie to ma sens) nazywamy każdy z dwóch kątów przyległych do kąta wewnętrznego tego wielokąta.

Wielokąt foremny – wielokąt wypukły, którego wszystkie boki są tej samej długości, a kąty jednakowej miary. Wielokątami foremnymi są np. trójkąt równoboczny, kwadrat, pięciokąt foremny, sześciokąt foremny. Symetralne boków oraz proste zawierające dwusieczne kątów są osiami symetrii wielokątów foremnych. Przecinają się one w jednym punkcie, który jest środkiem zarówno okręgu opisanego, jak i wpisanego w dany wielokąt. Każde dwa wielokąty foremne o tej samej liczbie boków są do siebie podobne. Wielu matematyków do grupy wielokątów foremnych zalicza tzw. wielokąty gwiaździste – wielokąty wklęsłe o bokach równych, w których każdy kolejny bok nachylony jest do poprzedniego pod tym samym kątem i w tym samym kierunku.

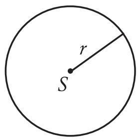
Nazwa wielokąta foremnego	Długość promienia		Pole powierzchni
	okręgu opisanego	okręgu wpisanego	
Trójkąt (równoboczny)	$a\frac{\sqrt{3}}{3}$	$a\frac{\sqrt{3}}{6}$	$a^2\frac{\sqrt{3}}{4}$
Czworokąt (kwadrat)	$a\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{a}{2}$	a^2
Pięciokąt	$\frac{2a}{\sqrt{2(5-\sqrt{5})}}$	$\frac{a}{2\sqrt{5-2\sqrt{5}}}$	$a^2\frac{\sqrt{5(5+2\sqrt{5})}}{4}$
Sześciokąt	a	$a\frac{\sqrt{3}}{2}$	$a^2\frac{3\sqrt{3}}{4}$
Ośmiokąt	$a\sqrt{\frac{2+\sqrt{2}}{2}}$	$a\frac{1+\sqrt{2}}{2}$	$2a^2(1+\sqrt{2})$
Dziesięciokąt	$a\frac{1+\sqrt{5}}{2}$	$a\frac{\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{2}$	$5a^2\frac{\sqrt{5+2\sqrt{5}}}{2}$
Dwunastokąt	$a\frac{\sqrt{2}(\sqrt{3}+1)}{2}$	$a\frac{2+\sqrt{3}}{2}$	$3a^2(2+\sqrt{3})$

a – długość boku wielokąta

OKRĄG

OKRĄG

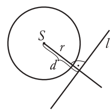
Okrąg – krzywa płaska, będąca zbiorem punktów płaszczyzny jednakowo oddalonych od ustalonego punktu S, zwanego środkiem okręgu. Odcinek łączący środek z dowolnym jego punktem nazywamy **promieniem** tego okręgu. Okrąg o środku S i promieniu r oznaczamy $o(S, r)$.
Odcinek łączący dwa dowolne punktu okręgu nazywamy **cięciwą.** Cięciwę, która zawiera środek okręgu nazywamy **średnicą.** Średnica jest najdłuższą z wszystkich cięciw okręgu.
W każdym punkcie okręgu można poprowadzić tylko jedną prostą styczną – jest ona prostopadła do promienia łączącego punkt styczności ze środkiem danego okręgu.



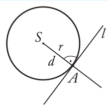
Jeśli okrąg o promieniu r umieścimy w kartezjańskim układzie współrzędnych w taki sposób, że jego środek S będzie miał współrzędne $S(a, b)$ to okrąg ten można opisać równaniem
$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$

WZAJEMNE POŁOŻENIE PROSTEJ I OKRĘGU

d – odległość środka okręgu $o(S, r)$ od prostej l; $r > 0$; $d \geq 0$.
Prosta l jest zewnętrzna wtedy, gdy $d > r$ (prosta i okrąg nie mają punktów wspólnych).



Prosta l jest styczna do okręgu wtedy, gdy $d = r$ (prosta i okrąg mają jeden punkt wspólny).



Kombinacja – każdy k-elementowy podzbiór zbioru n-elementowego, gdzie $k, n \in$ N i $k \le n$.

Liczbę wszystkich takich kombinacji określa wzór $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA

RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA (PROBABILISTYKA)

Dział matematyki zajmujący się badaniem modeli zjawisk losowych i praw rządzących nimi. W ramach tej nauki formułowane są również prawidłowości dotyczące możliwości zakończenia doświadczenia losowego określonym wynikiem. Podstawowymi pojęciami rachunku prawdopodobieństwa są: przestrzeń zdarzeń elementarnych z jej elementami, doświadczenie oraz zdarzenie losowe, jak również prawdopodobieństwo zajścia określonego zdarzenia.

KLASYCZNA DEFINICJA PRAWDOPODOBIEŃSTWA

Jeżeli przestrzeń zdarzeń Ω składa się z N jednakowo prawdopodobnych zdarzeń elementarnych i wśród nich jest n zdarzeń sprzyjających zajściu zdarzenia A, to liczbę $P(A) = \frac{n}{N}$ nazywamy prawdopodobieństwem zajścia zdarzenia A.

AKSJOMATYCZNA DEFINICJA PRAWDOPODOBIEŃSTWA

Jeżeli każdemu zdarzeniu losowemu A przyporządkowano liczbę rzeczywistą $P(A)$, zwaną prawdopodobieństwem zdarzenia A, w taki sposób, aby spełnione były następujące warunki:
- $0 \le P(A) \le 1$
- prawdopodobieństwo zdarzenia pewnego jest równe 1: $P(\Omega) = 1$
- prawdopodobieństwo sumy dwóch zdarzeń wykluczających się jest równe sumie prawdopodobieństw tych zdarzeń $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

to określoną w ten sposób funkcję P nazywamy prawdopodobieństwem.

Własności prawdopodobieństwa
- jeżeli zdarzenia $A_1, ..., A_n$ wykluczają się parami, to prawdopodobieństwo sumy tych zdarzeń jest równe sumie ich prawdopodobieństw
  $P(A_1 \cup ... \cup A_n) = P(A_1) + ... + P(A_n)$
- prawdopodobieństwo zdarzenia niemożliwego jest równe zero $P(\varnothing) = 0$
- jeżeli zdarzenie A pociąga zdarzenie B, to zachodzą następujące związki
  $P(A) \le P(B)$
  $P(B \setminus A) = P(B) - P(A)$
- prawdopodobieństwo sumy dwóch zdarzeń jest równe sumie prawdopodobieństw tych zdarzeń pomniejszonej o prawdopodobieństwo ich iloczynu
  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- prawdopodobieństwo zdarzenia A równa się różnicy liczby 1 i prawdopodobieństwa zdarzenia przeciwnego do A
  $P(A) = 1 - P(A')$.

Prawdopodobieństwo całkowite – jeżeli zdarzenia $B_1, B_2, B_3, ..., B_n$ o dodatnich prawdopodobieństwach wykluczają się wzajemnie, a ich suma jest zdarzeniem pewnym, wówczas dla dowolnego zdarzenia A zachodzi wzór:
$P(A) = P(A|B_1) \cdot P(B_1) + P(A|B_2) \cdot P(B_2) + ... + P(A|B_n) \cdot P(B_n)$
zwany wzorem na prawdopodobieństwo całkowite (zupełne).

Prawdopodobieństwo geometryczne – prawdopodobieństwo wyliczane zgodnie z klasyczną definicją prawdopodobieństwa, przy czym ilości zdarzeń są tutaj zastąpione miarami pól odpowiednich figur geometrycznych.

Prawdopodobieństwo warunkowe – prawdopodobieństwem zajścia zdarzenia A pod warunkiem, że zaszło zdarzenie B, nazywamy liczbę:

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)},\ P(B) > 0.$$

SCHEMAT BERNOULLIEGO

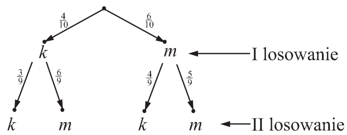
Jeżeli przeprowadzimy N niezależnych i identycznych doświadczeń (inaczej mówiąc: N niezależnych powtórzeń tego samego doświadczenia), w których są tylko dwa możliwe wyniki, to taki ciąg powtórzeń tego samego doświadczenia nazywamy **schematem Bernoulliego.** W schemacie tym jedno ze zdarzeń elementarnych nazywamy **sukcesem,** a drugie **porażką.** W schemacie N prób Bernoulliego prawdopodobieństwo $P_N(k)$ otrzymania dokładnie k sukcesów wyraża się wzorem:

$$P_N(k) = \binom{N}{k} p^k q^{N-k}$$

gdzie: p – prawdopodobieństwo sukcesu w pojedynczej próbie,
q – prawdopodobieństwo porażki oraz $p + q = 1$
$\binom{N}{k}$ – symbol Newtona.

Najbardziej prawdopodobna liczba sukcesów – Jeżeli $(N + 1)p$ nie jest liczbą całkowitą, to najbardziej prawdopodobną liczbą sukcesów w schemacie N prób Bernoulliego jest największa liczba całkowita k_0, taka, że $k_0 < (N + 1)p$.
Jeżeli natomiast $(N + 1)p$ jest liczbą całkowitą, to najbardziej prawdopodobne są dwie wartości, a mianowicie $(N + 1)p - 1$ oraz $(N + 1)p$.

Drzewko stochastyczne – graf zorientowany, szczególnie przydatny przy rozwiązywaniu zagadnień z zakresu prawdopodobieństwa całkowitego. Drzewko stochastyczne składa się z węzłów oraz krawędzi. Każda krawędź takiego drzewka wychodząca z określonego węzła odpowiada innemu wynikowi jednoetapowego doświadczenia losowego. Prawdopodobieństwo takiego wyniku przypisujemy jako wagę danej krawędzi. Suma prawdopodobieństw przyporządkowanych krawędziom wychodzącym z jednego węzła jest równa jeden. Krawędzie i węzły drzewka stochastycznego układają się w gałęzie. Każda z nich opisuje pewien możliwy przebieg złożonego z kilku pojedynczych etapów doświadczenia losowego. Prawdopodobieństwo tego, że właśnie tak będzie przebiegać doświadczenie obliczymy przemnażając przez siebie wagi przypisane poszczególnym krawędziom określonej gałęzi. Często określone doświadczenie losowe jest realizowane przez więcej niż jedną gałąź. Aby obliczyć jego prawdopodobieństwo, należy zsumować prawdopodobieństwa odpowiadające poszczególnym z tych gałęzi.



Zdarzenia niezależne – dwa zdarzenia, związane z realizacją tego samego doświadczenia losowego są niezależne, jeśli spełniona jest równość
$P(A) \cdot P(B) = P(A \cap B)$
(iloczyn prawdopodobieństw tych zdarzeń jest równy prawdopodobieństwu ich iloczynu).
Pojęcie niezależności można rozszerzyć na dowolną ilość zdarzeń. Ogólnie: n zdarzeń $A_1, A_2, ..., A_n$ tworzy niezależny układ zdarzeń, gdy dowolne k $(k \geq n)$ spośród nich są niezależne, tzn. spełniona jest równość
$P(A_1) \cdot P(A_2) \cdot ... \cdot P(A_k) = P(A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_k)$

wydanie
polecane
przez
nauczycieli

TABLICE

fizyczne
z astronomią

- przejrzysty układ
- niezastąpione na lekcji i w domu
- zgodne z potrzebami uczniów

MIĘDZYNARODOWY UKŁAD JEDNOSTEK SI

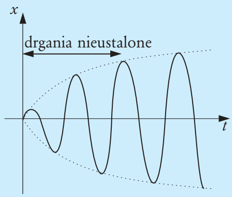
PODSTAWOWE I UZUPEŁNIAJĄCE JEDNOSTKI MIĘDZYNARODOWEGO UKŁADU JEDNOSTEK SI

Międzynarodowy układ jednostek SI zbudowany jest na bazie siedmiu niezależnych podstawowych jednostek i dwóch jednostek uzupełniających.

Wielkość	Nazwa jednostki	Oznaczenie
Jednostki podstawowe		
długość	metr	m
masa	kilogram	kg
czas	sekunda	s
natężenie prądu elektrycznego	amper	A
temperatura	kelwin	K
światłość	kandela	cd
ilość materii	mol	mol
Jednostki uzupełniające		
kąt płaski	radian	rad
kąt bryłowy	steradian	sr

DEFINICJE JEDNOSTEK PODSTAWOWYCH I UZUPEŁNIAJĄCYCH

Nazwa	Definicje
metr (m)	jednostka długości, definiowana jako odległość przebyta przez światło w próżni w czasie 1/299 792 458 sekundy wyrażona w jednostce m s^{-1}
kilogram (kg)	jednostka masy, definiowana jako ustalona wartość liczbowa stałej Plancka h, wynosząca 6,626 070 15×10^{-34} wyrażona w jednostce J s, która jest równa kg m^2s^{-1}
sekunda (s)	jednostka czasu, definiowana jako ustalona wartość liczbowa częstotliwości cezowej $\Delta\nu_{Cs}$, czyli częstotliwości nadsubtelnego przejścia w atomach cezu 133 w niezaburzonym stanie podstawowym, wynosząca 9192631770, wyrażona w jednostce Hz, która jest równa s^{-1}
amper (A)	jednostka prądu elektrycznego, definiowana jako ustalona wartość liczbowa ładunku elementarnego e, wynosząca 1,602176634×10^{-19}, wyrażona w jednostce C, która jest równa A s, gdzie sekunda zdefiniowana jest przy użyciu $\Delta\nu_{Cs}$
kelwin (K)	jednostka temperatury termodynamicznej, definiowana jako ustalona wartość liczbowa stałej Boltzmanna k, wynosząca 1,380 649×10^{-23}, wyrażona w jednostce J K^{-1}, która jest równa $kgm^2s^{-2}K^{-1}$, gdzie kilogram, metr i sekunda zdefiniowane są przy użyciu h, ci $\Delta\nu_{Cs}$

Definicja	Wielkość	Wzór
	Dynamiczne równanie ruchu	$-kx - f\frac{dx}{dt} + F_0\cos\omega t = m\frac{d^2x}{dt^2}$ Rozw: $x = A_0\sin(\omega t + \varphi_0)$
	Faza początkowa φ_0	$\varphi_0 = \arccos\left(\frac{2\beta\omega}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2) + 4\beta^2\omega^2}}\right)$
Rezonans – zjawisko narastania amplitud danych drgań harmonicznych w miarę gdy częstość wymuszenia zbliża się do jednej z częstości drgań własnych układu drgającego.	Dobroć układu drgającego Q – stosunek maksymalnej amplitudy do amplitudy odpowiadającej zerowej częstotliwości wymuszenia	$Q = 2\pi\frac{\text{en. zmagazynowana w układzie}}{\text{en. tracona w 1. okresie drgań}}$
	Częstość rezonansowa ω_{rez}	$\omega_{rez} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}$
	Amplituda drgań A_{0rez}	$A_{0rez} = \frac{F_0}{2m\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$
	Przesunięcie fazowe φ – różnica między fazą rezonansowych drgań wymuszonych i fazy wymuszenia	$\varphi = -arctg\frac{2\beta\omega}{{\omega_0}^2 - \omega^2}$

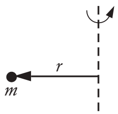
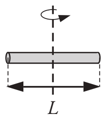
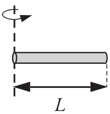
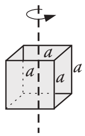
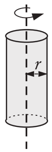
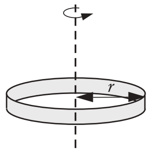
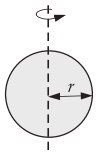
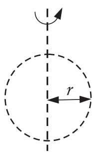
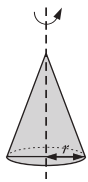
WIELKOŚCI DYNAMICZNE RUCHU OBROTOWEGO BRYŁY

Wielkość	Wzór	Jednostka	Symbol jednostki
moment siły $\vec{M}$ – iloczyn wektorowy wektora położenia $\vec{r}$, punktu, w którym jest zaczepiony i tej siły	$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$	niuton razy metr	$1\,\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}$
Moment bezwładności względem osi obrotu – wielkość charakteryzująca rozkład masy wokół jej osi obrotu.	Dla układu N punktów materialnych: $I = \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2$ Dla ciągłego rozkładu masy: $I = \int \rho(x, y, z) r^2 dV$ *	kilogram razy metr do kwadratu	$1\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2$

* gdzie: $\rho(x, y, z)$ – funkcja gęstości charakteryzująca daną bryłę
ρ - odległość punktu o współrzędnych (x, y, z) od osi obrotu
dV – element objętości bryły

Wielkość	Wzór	Jednostka	Symbol jednostki
moment pędu $\overrightarrow{L_p}$ – wielkość wektorowa charakteryzująca ruch ciała względem ustalonego punktu – **moment pędu** $\overrightarrow{L_p}$ **punktu materialnego** – iloczyn wektorowy wektora położenia $\vec{r}$ punktu i jego pędu $\vec{p}$ – **moment pędu bryły** – suma momentów pędu punktów materialnych bryły	$\overrightarrow{L_p} = \vec{r} \times \vec{p}$ $\overrightarrow{L_p} = m\vec{r} \times \vec{v}$ $\lvert\overrightarrow{L_p}\rvert = m\lvert\vec{r}\rvert\lvert\vec{v}\rvert \sin\sphericalangle(\vec{r},\vec{v})$ $\overrightarrow{L_p} = \sum_{i=1}^{n} \vec{r_i} \times \vec{p}$ $\overrightarrow{L_p} = \sum_{i=1}^{n} m_i\vec{r_i} \times \vec{v_i}$ $\overrightarrow{L_p} = I\vec{\omega}$	kilogram razy metr kwadrat na sekundę	$1\,\mathrm{kg}\cdot\frac{\mathrm{m}^2}{\mathrm{s}}$

PRZYKŁADY MOMENTÓW BEZWŁADNOŚCI BRYŁ

A) punkt materialny  $I = m \cdot r^2$	B) cienki pręt względem osi prostopadłej przechodzącej przez środek masy  $I = \left(\frac{1}{12}\right)mL^2$	C) cienki pręt względem prostopadłej przechodzącej przez jego koniec  $I = \frac{1}{3}mL^2$
D) sześcian względem osi przechodzącej przez jego środek  $I = \frac{1}{6}m \cdot a^2$	E) walec o promieniu r i masie m względem osi pokrywającej się z osią walca  $I = \frac{1}{2}mr^2$	F) obręcz (rura) cienkościenna względem osi przechodzącej przez środek masy  $I = mr^2$
G) kula o promieniu r i masie m względem osi pokrywającej się z jedną z jej średnic  $I = \frac{2}{5}mr^2$	H) sfera o promieniu r i masie m względem osi pokrywającej się z jednej z jej średnic  $I = \frac{2}{3}mr^2$	I) stożek o masie m i promieniu podstawy r  $I = \frac{3}{10}mr^2$

ZJAWISKA CIEPLNE

Skale temperatur

- Kelvina $T = [t_C + 273{,}15]$ K
- Celsjusza $t_C = [T - 273{,}15]$°C
- Farenheita $t_F = [\frac{9}{5}t_C + 32]$°F
- Rankine'a $T_R = [t_F + 459{,}67]$ °Rank

Ciepło Q – ilość energii wewnętrznej, którą ciało o temperaturze wyższej przekazuje ciału o temperaturze niższej.

Wielkość	Definicja	Wzór	Jednostka
ciepło właściwe C_w	stosunek ilości ciepła pobranego przez jednostkę masy układu do zmiany temperatury ΔT wywołanej pobraniem tego ciepła	$C_w = \frac{Q}{m\Delta T}$	$1\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\cdot K}}$
pojemność cieplna C	stosunek ilości ciepła Q dostarczonego układowi do zmiany temperatury ΔT układu	$C = \frac{Q}{\Delta T}$	$1\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}$
współczynnik rozszerzalności liniowej λ		$\lambda = \frac{\Delta l}{l_0\Delta T}$ l_0 – długość początkowa Δl – zmiana długości ciała spowodowana niewielką zmianą temperatury	$\frac{1}{\mathrm{K}}$
współczynnik rozszerzalności objętościowej α		$\alpha = \frac{\Delta V}{V_0\Delta T}$ V_0 – objętość początkowa ciała ΔV – zmiana objętości ciała spowodowana niewielką zmianą temperatury	$\frac{1}{\mathrm{K}}$

TRANSPORT CIEPŁA

Sposób	Opis
promieniowanie	strumień cząstek lub fal emitowanych przez ciało
przewodnictwo cieplne	proces przepływu ciepła między częściami układu o różnej temperaturze; polega na przekazywaniu energii ruchu bezładnego jednym cząsteczkom przez inne
konwekcja	proces wymiany ciepła związany z przemieszczaniem się mas cieczy lub gazu
– konwekcja wymuszona	wywołana jest czynnikiem zewnętrznym
– konwekcja wewnętrzna	spowodowana jest występowaniem różnic ciśnienia, temperatury i gęstości cieczy

TERMODYNAMIKA

Nazwa	Definicja
proces termodynamiczny	przejście układu z jednego stanu równowagi termodynamicznej do drugiego stanu równowagi termodynamicznej
izoproces	proces termodynamiczny zachodzący przy jednym z parametrów termodynamicznych mającym stałą wartość
proces odwracalny	proces, w którym istnieje możliwość przeprowadzenia układu i otoczenia z ich stanów końcowych do stanów początkowych
proces cykliczny	proces, w trakcie którego układ przechodzi przez szereg stanów pośrednich i powraca do stanu początkowego

Zasady termodynamiki

- **zerowa:** Jeżeli ciało A jest w równowadze termicznej z ciałem X i ciało B jest w równowadze termicznej z ciałem X, to ciała A i B są w równowadze termicznej ze sobą;
- **pierwsza:** Zmiana energii wewnętrznej ciała lub układu ciał jest równa sumie wymienionego z otoczeniem ciepła i pracy wykonanej nad ciałem lub układem ciał przez siłę zewnętrzną
  $\Delta U = Q + W$;
- **druga:** Niemożliwy jest proces, którego jedynym rezultatem jest pobranie energii na sposób cieplny z pewnego ciała i całkowite wykorzystanie tej energii na wykonanie pracy;
- **trzecia:** W ustalonych warunkach entropia układu dąży do zera, gdy temperatura bezwzględna dąży do zera.

Praca w procesach termodynamicznych

Dla procesów odwracalnych: $W = p\Delta V$

$$dW = pdV$$

$$W = \int_{V_1}^{V_2} pdV$$

Silnik cieplny

Jest to urządzenie, w którym energia wewnętrzna substancji roboczej (gaz lub para wodna) zostaje przekształcona w pracę mechaniczną lub energię kinetyczną.

Sprawność silnika η – iloraz wykonanej pracy W i ciepła pobranego ze źródła Q_1

$$\eta = \frac{W}{Q_1} \cdot 100\%$$

$$\eta = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} \cdot 100\%$$

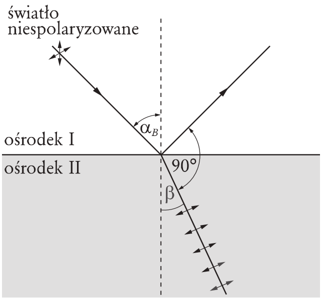
$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot 100\%$$

Q_1 – ciepło pobrane przez gaz

$|Q_2|$ – ciepło oddane do chłodnicy

T_1 – temperatura źródła ciepła

T_2 – temperatura chłodnicy



Całkowita polaryzacja światła przez odbicie od powierzchni przezroczystych zachodzi wtedy, gdy promień odbity i promień załamany tworzą kąt 90°. Kąt całkowitej polaryzacji nosi nazwę kąta Brewstera.

$$tg\alpha_B = n_{2,1} = \frac{n_2}{n_1}$$

α_B – kąt Brewstera
$n_{2,1}$ – współczynnik załamania ośrodka przezroczystego II względem ośrodka I
n_1, n_2 – bezwzględne współczynniki załamania światła w ośrodku I i II

AKUSTYKA

PODZIAŁ WRAŻEŃ SŁUCHOWYCH

ton	wrażenie słuchowe wywołane falą sinusoidalną
dźwięk	wrażenie słuchowe wywołane falą niesinusoidalną
szmer	wrażenie słuchowe nieokresowe wywołane falami o różnych częstotliwościach

Zjawisko Dopplera

$$\nu' = \nu \frac{v_f \pm v_{odb}}{v_f \pm v_Z}$$

v_z – szybkość źródła dźwięku
v_f – szybkość fali dźwiękowej w powietrzu
ν – częstotliwość fali wysyłanej przez źródło
ν' – częstotliwość fali odbieranej

MECHANIKA KWANTOWA

Zasada nieoznaczoności Heisenberga

$$\Delta x \, \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

Jeżeli chcemy dokładnie wyznaczyć składową x położenia cząsteczki, to tracimy możliwość uzyskania informacji o składowej pędu w tym kierunku i na odwrót.

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{h}{4\pi}$$

Pomiar energii z dokładnością do ΔE wymaga co najmniej czasu $\Delta t \sim \dfrac{h}{2E}$

Hipoteza de Broglie'a

Każdemu obiektowi mikroskopowemu przypisuje się falę o długości:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

h – stała Plancka
p – pęd

Wielkość	Ładunek	Masa
proton	+ 1 e + 1,620176 · 10^{-19}C	1,672621 · 10^{-27} kg 1,007276 u 938,272 MeV

Wielkość	Ładunek	Masa
neutron	0 0	$1{,}674927 \cdot 10^{-27}$ kg 1,008664915 m 939,565 MeV
elektron	–1 $-1{,}602176 \cdot 10^{-19}$ C	$9{,}109382 \cdot 10^{-31}$ kg 0,000548579 u 0,510999 MeV

CZĄSTKI ELEMENTARNE (PRZYKŁADY)

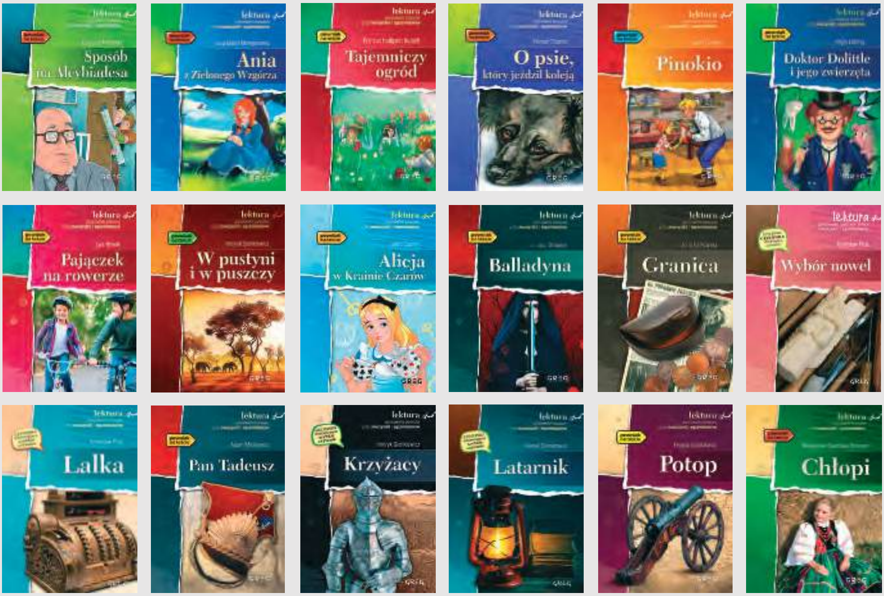
	Nazwa cząstki	Oznaczenie	Ładunek	Masa spoczynkowa (MeV)	Spin	Czas życia (s)
	FOTON	γ	0	0	1	stabilne
	LEPTONY					
	neutrino elektronowe	ν_e	0	0	$\frac{1}{2}$	stabilne
	neutrino mionowe	ν_μ	0	0	$\frac{1}{2}$	stabilne
	antyneutrino elektronowe	$\tilde{\nu}_e$	0	0	$\frac{1}{2}$	stabilne
	antyneutrino mionowe	$\tilde{\nu}_\mu$	0	0	$\frac{1}{2}$	stabilne
	elektron	e^-	–1	0,511	$\frac{1}{2}$	stabilne
	pozyton	e^+	+1	0,511	$\frac{1}{2}$	stabilne
	mion μ–	μ^-	–1	105,57	$\frac{1}{2}$	$2{,}2 \cdot 10^{-6}$
	mion μ+	μ^+	+1	105,57	$\frac{1}{2}$	$2{,}2 \cdot 10^{6}$
	HADRONY					
MEZONY	pion Π^-	Π^-	–1	139,6	0	$2{,}55 \cdot 10^{-8}$
MEZONY	pion Π^0	Π^0	0	135,05	0	$1{,}8 \cdot 10^{-16}$
MEZONY	pion Π^+	Π^+	+1	139,6	0	$2{,}55 \cdot 10^{-8}$

lektury Grega **Zaufaj sprawdzonej marce!**

Pewniak na teście

Najnowsze wydania zawierają
odpowiedzi na pytania z podręczników i testów.

- *Inni wydawcy zgadują, czego trzeba się nauczyć –*
  my wiemy, o co zapytają nauczyciele.
- *Podręcznik powie Ci, jaki materiał musisz znać –*
  my Ci powiemy, co dokładnie będzie na teście.



Pełnej oferty szukaj w najlepszych księgarniach.

GREG WYDAWNICTWO

Wydawnictwo GREG
ul. Klasztorna 2B ▪ 31-979 Kraków
www.greg.pl

ISBN 978-83-7517-737-4