klasa 6
szkoła
podstawowa

nowa
podstawa
programowa

MATEMATYKA

korepetycje

Pewniak na teście

zadania takie,
jak na testach i sprawdzianach

rozwiązania krok po kroku

GREG
WYDAWNICTWO EDUKACYJNE

Korepetycje matematyka
kl. 6

Autor:
Roman Gancarczyk
(wykorzystano materiały autorstwa Grażyny Matachowskiej)

Nadzór merytoryczny:
Zofia Daszczyńska, Bernadetta Szkarłat

Korekta:
Agnieszka Antosiewicz, Paulina Roszak-Niemirska, Maria Zagnińska

Opracowanie graficzne, skład i łamanie:
Pracownia Słowa

Okładka:
Aleksandra Zimoch

ISBN: 978-83-7517-893-7
Wydanie II zaktualizowane

Wydawnictwo GREG®
31-979 Kraków, ul. Klasztorna 2B
tel. 12 680-15-50
www.greg.pl

księgarnia internetowa: www.greg.pl

Spis treści

ROZDZIAŁ II WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

ROZDZIAŁ III WIELOKĄTY

ROZDZIAŁ IV BRYŁY

ROZDZIAŁ V MATEMATYKA NA CO DZIEŃ

ROZDZIAŁ VI ELEMENTY STATYSTYKI OPISOWEJ

ROZDZIAŁ VII ZADANIA I ŁAMIGŁÓWKI

ROZDZIAŁ I

DZIAŁANIA NA LICZBACH CAŁKOWITYCH I NA UŁAMKACH

ZAPISYWANIE I ODCZYTYWANIE LICZB NATURALNYCH

Liczby naturalne zapisujemy w grupach: jedności, tysięcy, milionów i kolejnych, które poznasz później. Grupujemy w nich po trzy cyfry, zaczynając od końca liczby. Są to cyfry jedności (od strony prawej), dziesiątek i setek. Wygodnie jest oddzielać od siebie grupy odstępem ułatwiającym odczytanie liczby.

PRZYKŁAD 1

4803920 = 4 803 920

miliony tysiące

czytamy: cztery **miliony** osiemset trzy **tysiące** dziewięćset dwadzieścia.

PRZYKŁAD 2

348710659 = 348 710 659

milionów tysięcy

czytamy: trzysta czterdzieści osiem **milionów** siedemset dziesięć **tysięcy** sześćset pięćdziesiąt dziewięć.

ZAOKRĄGLANIE LICZB NATURALNYCH

W życiu szacowanie, czyli zaokrąglanie (przybliżanie) danych liczbowych, jest bardzo przydatną umiejętnością, dzięki której możemy szybko podać np. przybliżoną kwotę zakupu pięciu czekolad (około 15 zł) itp. Innym przykładem jest określanie liczby ludności państw. Potocznie mówimy, że Polaków mieszkających w kraju jest 38 milionów.
Oczywiście nie jest to dokładnie 38 mln. Podajemy tę liczbę w zaokrągleniu, w tym przypadku w zaokrągleniu do milionów.
Zaokrąglanie liczb polega na zastąpieniu zerami cyfr występujących na pozycjach, które w tym konkretnym przypadku nie są istotne. Jako nieistotne traktujemy cyfry z pozycji niższych niż dokładność zaokrąglenia. Jeżeli zaokrąglamy do dziesiątek – nieistotne są jedności. Jeśli zaokrąglamy do setek – nieistotne są dziesiątki i jedności, itd. Po ustaleniu dokładności

zaokrąglenia rozstrzygamy, czy zaokrąglamy „w górę", czy „w dół". Decyduje o tym pierwsza z cyfr, które zastąpimy zerami.
Jeżeli to jedna z cyfr: 0, 1, 2, 3, lub 4 – zaokrąglamy „w dół",
Jeżeli jest to cyfra: 5, 6, 7, 8, lub 9 – zaokrąglamy „w górę".
Zaokrąglanie oznaczamy symbolem: ≈

ZADANIE 1

Zaokrąglij liczbę 43 752 do setek.

43 **7**52

43 752 ≈ 43 **8**00

Zaokrąglenie do setek oznacza, że zastąpimy zerami pozycje dziesiątek i jedności.

Pierwszą cyfrą zastąpioną zerem będzie cyfra z pozycji dziesiątek, cyfra: 5.

Cyfra 5 oznacza zaokrąglenie „w górę", czyli że cyfrę bezpośrednio przed nią zwiększamy o 1. Cyfrę 7 zastępujemy cyfrą 8.

ZADANIE 2

Zaokrąglij liczbę 8 974 do dziesiątek.

8 974

8 974 ≈ 8 970

Zaokrąglenie do dziesiątek oznacza, że zastąpimy zerem tylko pozycję jedności.

Pierwszą cyfrą zastąpioną zerem będzie cyfra z pozycji jedności, cyfra: 4.

Cyfra 4 oznacza zaokrąglenie „w dół" – cyfra bezpośrednio przed nią pozostaje bez zmiany.

ZADANIE 3

Zaokrąglij liczbę 139 601 do tysięcy.

139 601

$$\begin{array}{r} {}^{1} \\ 39 \\ +\ \ 1 \\ \hline 40 \end{array}$$

1**39** 601 ≈ 1**40** 000

Zaokrąglenie do tysięcy oznacza zera na pozycji setek, dziesiątek i jedności.

Pierwszą cyfrą zastąpioną zerem będzie cyfra w pozycji setek, cyfra: 6.

Zaokrąglamy „w górę" – cyfra jedności tysięcy wzrośnie o 1. Ale 9 + 1 = 10. W pozycji jedności tysięcy piszemy 0, a o 1 wzrasta cyfra w pozycji dziesiątek tysięcy.

ZADANIE 4

Zaokrąglij liczbę 382 do tysięcy.

382

382 ≈ 000 = 0

Zaokrąglenie do tysięcy oznacza zera na pozycji setek, dziesiątek i jedności.

Pierwszą cyfrą zastąpioną zerem będzie cyfra w pozycji setek, cyfra: 3.

Zaokrąglamy „w dół" – cyfra tysięcy pozostaje bez zmian. Jest nią cyfra 0.

ZADANIE 5

Zaokrąglij liczby do dziesiątek:

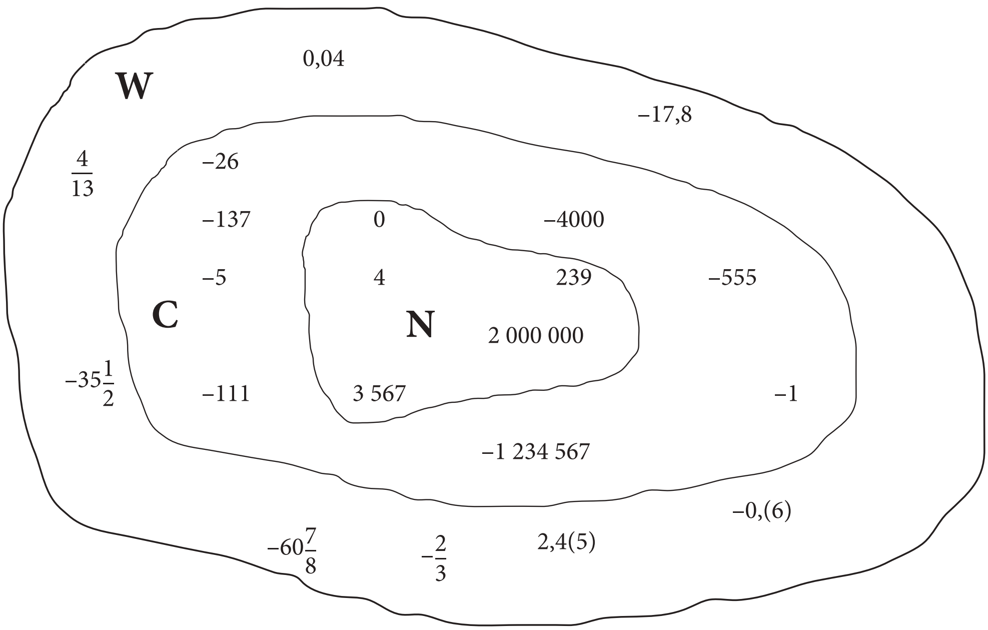
* 5 608 ≈ 5 610

Zaokrąglenie do dziesiątek oznacza zero na pozycji jedności.

Zaokrąglanie „w górę", cyfra na pozycji dziesiątek zwiększa się o 1.

LICZBY WYMIERNE

Znane ci liczby naturalne, liczby całkowite i ułamki razem stanowią zbiór liczb wymiernych. Oznaczamy go: **W**. Wzajemne relacje tych liczb ilustruje grafika poniżej.



Wynika z niej, że liczby naturalne są liczbami całkowitymi, a całkowite (a więc naturalne również) są liczbami wymiernymi.

DZIAŁANIA NA LICZBACH WYMIERNYCH

W dodawaniu i odejmowaniu liczb wymiernych proponuję stosować tę samą regułę, co w dodawaniu i odejmowaniu liczb całkowitych. Ułatwieniem jest wcześniejsze, oddzielne, zsumowanie liczb dodatnich i liczb ujemnych. Potem należy wykonać „neutralizację".

ZADANIE 1

Oblicz:

$$\underline{\underline{-\,7{,}27}}\ \underline{+\,20{,}5}\ \underline{\underline{-\,4{,}712}}\ \underline{\underline{-\,1{,}108}}\ \underline{\underline{-\,26}}\ \underline{+\,8{,}093} =$$

$$= -\,39{,}09 + 28{,}593 = -\,10{,}497$$

Oddzielnie dodajemy liczby dodatnie, oddzielnie ujemne, pamiętając o napisaniu znaku „–" przed sumą liczb ujemnych. Następnie od silniejszej (39,09) odejmujemy słabszą (28,593), zachowując znak silniejszej.

ZADANIE 2

Oblicz:

$$20 - 10 \cdot (-9) + 110 : (-5) =$$

$$= 20 - (-90) + (-22) =$$

najpierw mnożenie: $10 \cdot (-9) = -90$
potem dzielenie: $110 : (-5) = -22$

$= 20 + 90 + (-22) =$

$= 110 + (-22) = 88$

ZADANIE 3

Oblicz:

$$2\frac{1}{6} - 7\frac{3}{8} + 3\frac{7}{12} - \frac{5}{16} =$$

$$= 2\frac{8}{48} - 7\frac{18}{48} + 3\frac{28}{48} - \frac{15}{48} = 5\frac{36}{48} - 7\frac{33}{48} =$$

Uwaga! W licznikach jest: 33 – 36.

$$= 5\frac{36}{48} - 6\frac{81}{48} = -1\frac{45}{48} = -1\frac{15}{16}$$

ZADANIE 4

Oblicz:

$$1\frac{2}{3} - 4\frac{1}{6} + 4\frac{3}{4} - 3\frac{1}{2} =$$

Nie zawsze trzeba zwiększać licznik odjemnej kosztem całości, jeśli to możliwe, korzystniej jest zmniejszyć licznik odjemnika, wyłączając całości z ułamka.

$$= 1\frac{16}{24} - 4\frac{4}{24} + 4\frac{18}{24} - 3\frac{12}{24} =$$

$$= 5\frac{34}{24} - 7\frac{16}{24} = 6\frac{10}{24} - 7\frac{16}{24} = -1\frac{6}{24} = -1\frac{1}{4}$$

ZADANIE 5

Oblicz:

Najpierw wykonujemy mnożenie.

$$4\frac{1}{5} + 3\frac{2}{3} \cdot \left(-\frac{6}{11}\right) =$$

Skracamy ułamki „na krzyż".

$$= 4\frac{1}{5} + \frac{\cancel{11}^{1}}{\cancel{3}_{1}} \cdot \left(-\frac{\cancel{6}^{2}}{\cancel{11}_{1}}\right) =$$

$$= 4\frac{1}{5} + (-2) =$$

$$= 4\frac{1}{5} - 2 = 2\frac{1}{5}$$

ZADANIE 6

Oblicz:

$-6{,}2 : 3{,}1 - (-2{,}1 \cdot 10) =$

$-2{,}1 \cdot 10 = -21$

$= -62 : 31 - (-21) =$

Wykonujemy dzielenie.

$= -2 - (-21) =$

Odejmowanie zastępujemy dodawaniem liczby przeciwnej.

$= -2 + 21 =$

$= 19$

ROZDZIAŁ II
WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

Algebra to dział matematyki, w którym obok liczb zapisanych cyframi pojawiają się liczby zastąpione literami. Stosujemy taki zapis, gdy chcemy zapisać liczbę, która nie ma stałej wartości liczbowej (jej wartość liczbowa jest zmienna – literę wyrażającą taką wartość nazywamy **zmienną)** lub gdy ma stałą wartość, ale nie znamy tej wartości (nazywamy ją **niewiadomą**). Zmienne pojawiały się w twojej nauce matematyki już wcześniej, na przykład w zapisywaniu wzorów lub zadań z niewiadomą:

$4a$ – wzór na obwód kwadratu

Zmienna ***a*** oznacza długość boku kwadratu i przyjmuje różne wartości dla różnych kwadratów.

$2a + 2b$ – wzór na obwód prostokąta

Zmienne ***a*** i ***b*** oznaczają długości boków prostokąta i przyjmują różne wartości w różnych zadaniach.

$2x + 6 = 10$ – zadanie z niewiadomą

Liczba ***x*** nazywana w takim zadaniu niewiadomą ma stałą wartość, ale poznamy ją dopiero po rozwiązaniu zadania.

ZAPISYWANIE WYRAŻEŃ ALGEBRAICZNYCH

$x + 5$

$3k + 5$

$2x - 7$

ZADANIE 1

Liczbę róż w pewnej kwiaciarni oznaczymy literą x

a) lilii jest o 5 więcej

$x + 5$

„O 5 więcej" oznacza dodawanie.

b) goździków jest 7 razy więcej

$7 \cdot x = 7x$

„7 razy więcej" oznacza mnożenie.

Jeżeli mnożymy liczbę przez literę, znak „·" opuszczamy.

c) storczyki stanowią $\frac{1}{4}$ róż

$\frac{1}{4} \cdot x = \frac{1}{4}x$

Oznacza to $\frac{1}{4}$ z ilości róż.

d) gerber jest 8 razy mniej

„8 razy mniej” oznacza dzielenie.

$x : 8 = \frac{x}{8} = \frac{1}{8}x$

Znak dzielenia zamieniamy na kreskę ułamkową. Dzielenie zamieniamy na mnożenie przez odwrotność drugiej liczby.

ZADANIE 2

Liczbę drzew liściastych w pewnym lesie oznaczamy literą *k*, a liczbę drzew iglastych literą *l*

a) ile jest wszystkich drzew w lesie?

$k + l$

Sumujemy liczbę drzew liściastych z liczbą drzew iglastych.

b) dęby stanowią $\frac{1}{6}$ drzew liściastych. Ile jest dębów?

$\frac{1}{6}k$

Obliczamy $\frac{1}{6}$ z *k*, czyli mnożymy.

Opuszczamy znak mnożenia, bo jest między liczbą a literą.

c) sosen jest 9 razy mniej niż wszystkich drzew

$k + l$

Liczba wszystkich drzew

$\frac{k + l}{9} =$

„Razy mniej” oznacza dzielenie.

$= (k + l) \cdot \frac{1}{9} =$

$= \frac{1}{9}(k + l)$

Liczbę piszemy przed literami.

d) drzew liściastych jest więcej niż iglastych. O ile więcej?

$k - l$

Obliczamy „o ile więcej”, czyli odejmujemy.

To są przykłady wyrażeń algebraicznych. Występują tu liczby, litery i znaki działań.

ZADANIE 3

Towar waży (waga netto) 5 kg, opakowanie (tara) waży *m* kg. Ile waży towar wraz z opakowaniem (brutto)?

$5 + m$

Dodajemy wagę towaru i jego opakowania.

ZADANIE 4

1 kg cukru kosztuje 2,10 zł. Ile trzeba zapłacić za *b* kg?

$1 \cdot 2{,}10$ zł

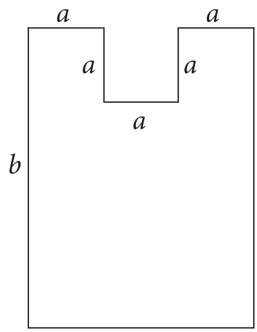
Tyle trzeba zapłacić za 1 kg.

$2 \cdot 2{,}10$ zł

Tyle trzeba zapłacić za 2 kg.

ZADANIE 12

Ile wynosi obwód wielokąta na rysunku?



Górny zarys figury ma długość: $5a$,
dolny bok figury ma długość: $3a$,
długość lewego i prawego boku razem: $2b$.

Obw $= 5a + 3a + 2b = 8a + 2b$

Tyle wynosi obwód tego wielokąta.

ZADANIE 13

W trójkącie bok średniej długości jest dwukrotnie dłuższy od najkrótszego, a najdłuższy jest o 2 cm dłuższy od średniego. Oblicz obwód tego trójkąta.

Oznaczamy długość boku najkrótszego: x.
Oznaczamy długość boku średniego: 2x.
Oznaczamy długość boku najdłuższego: 2x + 2 cm.

Obw $= x + 2x + 2x + 2$ cm $= 5x + 2$ cm.

Tyle wynosi obwód tego trójkąta.

ZADANIE 14

W zadaniach z drogą, prędkością i czasem przyjmujemy następujące oznaczenia:
s = droga,
v = prędkość,
t = czas.
Zależność między nimi określa wzór: $t = \frac{s}{v}$.
a) Jak zmieni się czas, gdy droga wzrośnie trzykrotnie?
b) Jak zmieni się czas, gdy prędkość wzrośnie dwukrotnie?

Prawa strona wzoru jest ułamkiem.
Gdy licznik ułamka zwiększa się ***n*** razy, jego wartość też zwiększa się ***n*** razy.
Gdy mianownik ułamka zwiększa się ***n*** razy, jego wartość zmniejsza się ***n*** razy.

Odp.: a) Gdy droga wzrośnie trzykrotnie, czas też wzrośnie trzykrotnie.
b) Gdy prędkość wzrośnie dwukrotnie, czas zmaleje dwukrotnie.

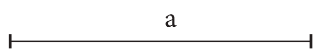
ROZDZIAŁ III
WIELOKĄTY

KONSTRUKCJA TRÓJKĄTA

Skonstruować to znaczy wykreślić figurę geometryczną przy pomocy określonych przyrządów. Linijki będziemy używać do kreślenia prostych lub odcinków. Do przenoszenia wymiarów używać będziemy cyrkla.

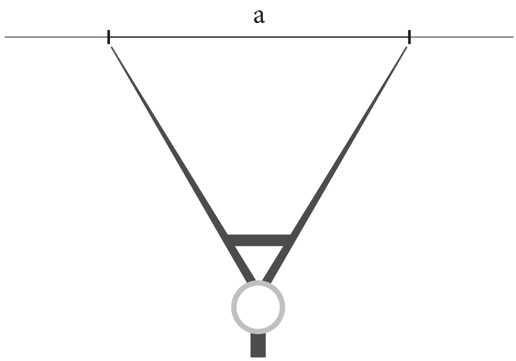
PRZYKŁAD 1

Skonstruuj trójkąt równoboczny o boku długości równej długości danego odcinka **a**:



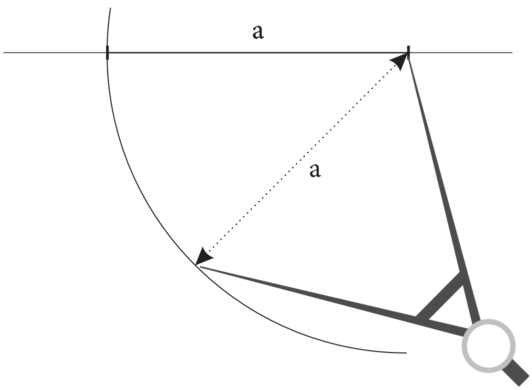
Konstrukcja:
1) Odmierzamy cyrklem długość równą zadanej długości **a**:

2) Przenosimy ją na wykreśloną wcześniej prostą:

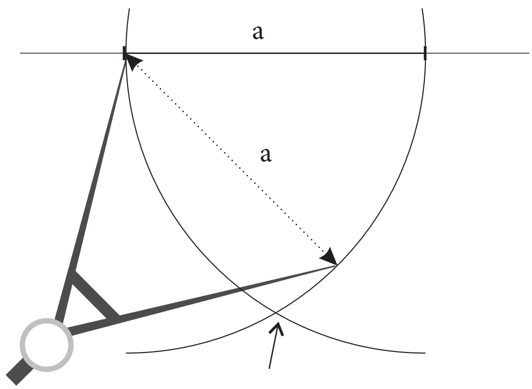


Końce odcinka **a** są równocześnie dwoma wierzchołkami konstruowanego trójkąta.

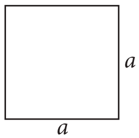
3) Kreślimy okrąg (wystarczy fragment okręgu nazywany łukiem) o środku w jednym z tych wierzchołków i o promieniu równym **a**:



4) Kreślimy okrąg (lub łuk) o środku w drugim wierzchołku konstruowanego trójkąta i o promieniu równym **a**:

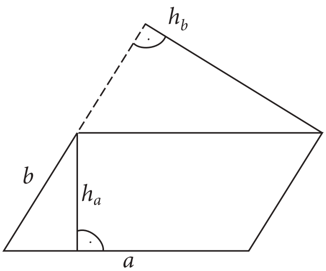


KWADRAT



$$P = a \cdot a = a^2$$

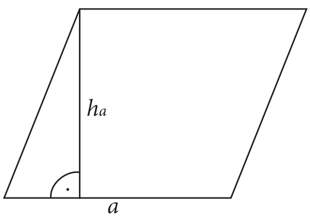
RÓWNOLEGŁOBOK



$$P = a \cdot h_a = b \cdot h_b$$

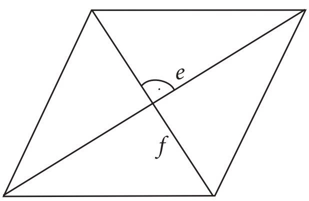
P = długość boku · wysokość prostopadła do tego boku

ROMB



$$P = a \cdot h_a$$

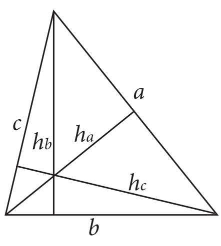
ROMB



$$P = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$$

e, *f* – długości przekątnych

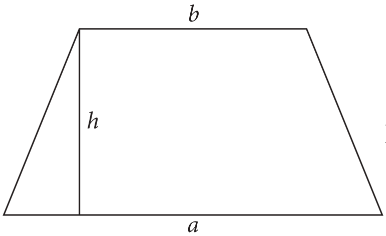
TRÓJKĄT



$$P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h_a = \frac{1}{2} \cdot b \cdot h_b =$$
$$= \frac{1}{2} \cdot c \cdot h_c$$

P = połowa długości boku · wysokość prostopadła do boku

TRAPEZ



$$P = \frac{a + b}{2} \cdot h$$

a, *b* – długości podstaw

Jednostki pola:

1 cm = 10 mm	1 dm = 10 cm	1 m = 100 cm
$(1\ \text{cm})^2 = (10\ \text{mm})^2$	$(1\ \text{dm})^2 = (10\ \text{cm})^2$	$(1\ \text{m})^2 = (100\ \text{cm})^2$
1 cm · 1 cm = 10 mm · 10 mm	1 dm · 1 dm = 10 cm · 10 cm	1 m · 1 m = 100 cm · 100 cm
$1\ \text{cm}^2 = 100\ \text{mm}^2$	**$1\ \text{dm}^2 = 100\ \text{cm}^2$**	**$1\ \text{m}^2 = 10000\ \text{cm}^2$**

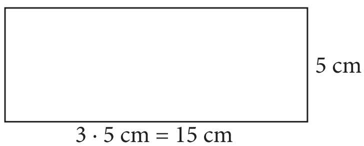
$1\ \text{a} = 100\ \text{m}^2$

$1\ \text{ha} = 10000\ \text{m}^2$

1 ha = 100 a

ZADANIE 1

Jeden z boków prostokąta ma 5 cm, a drugi jest 3 razy dłuższy. Oblicz pole prostokąta.

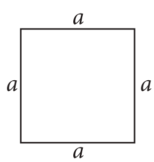


$P = 5\ \text{cm} \cdot 15\ \text{cm} = 75\ \text{cm}^2$

„3 razy dłuższy" bok mnożymy przez 3.

ZADANIE 2

Oblicz pole kwadratu, którego obwód wynosi 6 dm.



Obwód = $4 \cdot a$

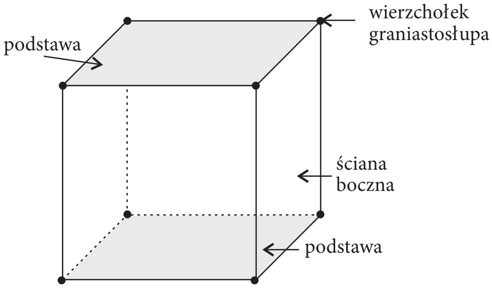
$4 \cdot a = 6$ dm

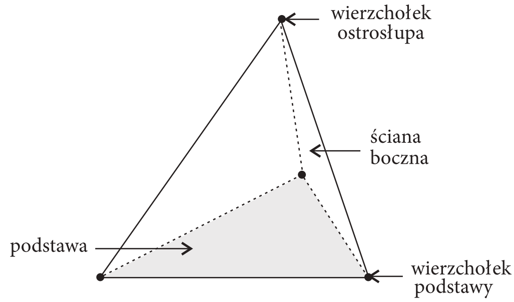
$a = \frac{6}{4}$ dm

Skracamy ułamek.

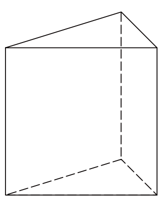
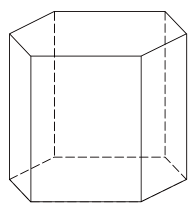
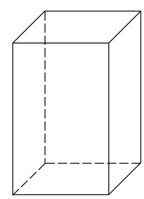
ROZDZIAŁ IV
BRYŁY

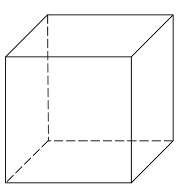
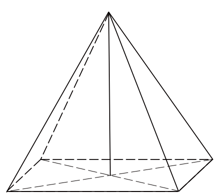
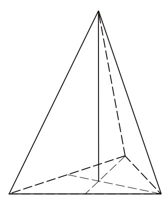
Bryły to figury przestrzenne. Zaliczamy do nich między innymi graniastosłupy, ostrosłupy, walce, stożki i kule. Bryły są zbudowane w następujący sposób:

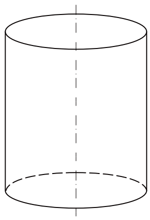
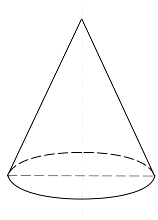
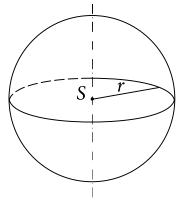




Poniżej znajdują się przykłady brył:

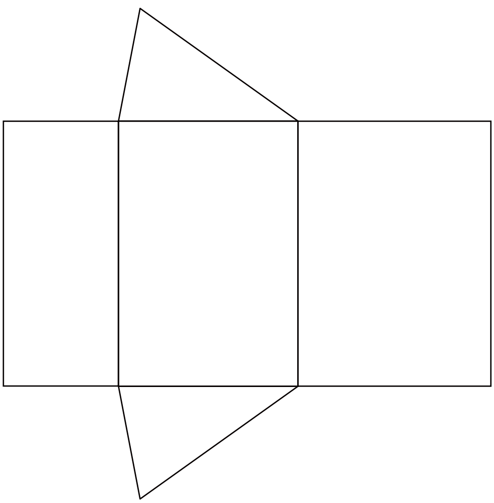
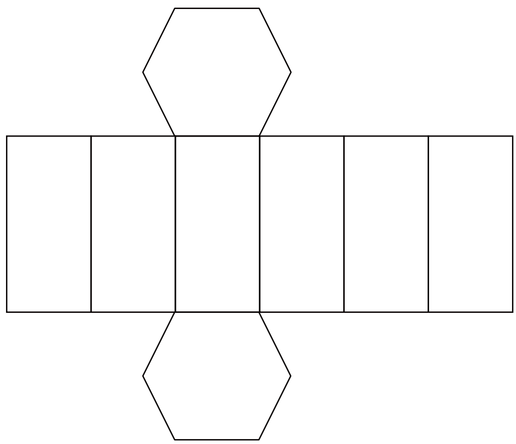
Graniastosłup trójkątny	Graniastosłup sześciokątny	Prostopadłościan
		
Graniastosłupy mają dwie przystające podstawy: górną i dolną. Ściany są prostokątami.	Podstawy graniastosłupów mogą być dowolnymi wielokątami.	Jest graniastosłupem. Sąsiadujące ze sobą ściany są do siebie prostopadłe, a podstawa jest prostokątem.

Sześcian	Ostrosłup czworokątny	Ostrosłup trójkątny
		
Jest jednym z prostopadłościanów. Jego wszystkie ściany są przystającymi kwadratami.	Ściany boczne są trójkątami.	Podstawy ostrosłupów mogą być dowolnymi wielokątami.

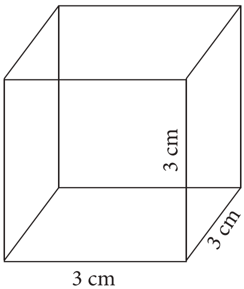
Walec	**Stożek**	**Kula**
		
Podstawami są koła. Powierzchnia boczna walca po rozwinięciu jest prostokątem.	Stożek, podobnie jak ostrosłup, zakończony jest wierzchołkiem. Podstawa jest kołem.	Nie ma podstaw, nie ma ścian. Przekrojem kuli jest koło, a jedynym wymiarem promień ***r***.

SIATKI GRANIASTOSŁUPÓW I OSTROSŁUPÓW

Siatkę bryły otrzymujemy, rozcinając jej model wzdłuż kilku krawędzi, tak by można było rozłożyć ją na płaskiej powierzchni. Lub, odwracając kolejność – rysując ją po to, by po wycięciu i pozaginaniu skleić model bryły. Siatki brył można projektować na różne sposoby. Poniżej zamieszczam kilka przykładów:

Siatka graniastosłupa trójkątnego	**Siatka graniastosłupa sześciokątnego**
	

PRZYKŁAD 2



Wszystkie krawędzie sześcianu mają tę samą długość.
12 krawędzi o długości 3 cm.

ZADANIE 1

Prostopadłościan ma wymiary 7 cm, 8 cm i 4 cm. Oblicz sumę długości krawędzi tego prostopadłościanu.

Rozwiązanie:

Z przykładu 1 wiesz, że są po 4 krawędzie każdej długości.

$7\text{ cm} \cdot 4 + 8\text{ cm} \cdot 4 + 4\text{ cm} \cdot 4 =$

$= 28\text{ cm} + 32\text{ cm} + 16\text{ cm} =$

$= 76\text{ cm}$

Odp.: Suma długości krawędzi prostopadłościanu wynosi 76 cm.

ZADANIE 2

Ania wykonała szkielet sześcianu z patyczków o długości 10 cm. Oblicz sumę długości krawędzi tego sześcianu.

Rozwiązanie:

Wiesz, że sześcian ma 12 krawędzi równej długości.

$12 \cdot 10\text{ cm} = 120\text{ cm}$

Odp.: Suma długości krawędzi sześcianu wynosi 120 cm.

ZADANIE 3

Z drutu o długości 84 cm wykonano szkielet sześcianu.
Jaka jest długość krawędzi sześcianu?

Rozwiązanie:

Długość drutu to suma długości krawędzi. Jeżeli długość drutu podzielisz przez liczbę krawędzi (12), to otrzymasz długość jednej krawędzi.

$84\text{ cm} : 12 = \mathbf{7\text{ cm}}$

ZADANIE 4

Dwie krawędzie prostopadłościanu wychodzące z jednego wierzchołka mają długość 2 cm i 4 cm. Jaką ma długość trzecia krawędź wychodząca z tego wierzchołka, jeżeli na szkielet zużyto 56 cm drutu?

Rozwiązanie:

Długość drutu to suma krawędzi prostopadłościanu. Wiesz, że są po 4 krawędzie każdej długości. Na wykonanie krawędzi o długości 2 cm i 4 cm zużyto:

$4 \cdot 2$ cm + $4 \cdot 4$ cm =

= 8 cm + 16 cm =

= 24 cm

Pozostała część to:

56 – 24 = 32 cm

Odejmujemy łączną długość dwóch krawędzi od łącznej długości wszystkich krawędzi.

Z tego kawałka wykonano 4 krawędzie.

32 cm : 4 = 8 cm

Odp.: Trzecia krawędź ma długość 8 cm.

POLA POWIERZCHNI I OBJĘTOŚCI PROSTOPADŁOŚCIANÓW – OBLICZENIA PRAKTYCZNE

Prostopadłościany mają:
- dwie podstawy, które są prostokątami,
- cztery ściany boczne, które też są prostokątami.

Wysokość prostopadłościanu równa jest długości krawędzi bocznej.

Przyjmujemy oznaczenia:

P_p – pole podstawy,

P_b – pole powierzchni bocznej,

P – pole powierzchni całkowitej,

H – wysokość prostopadłościanu,

V – objętość prostopadłościanu.

$P = 2P_p + P_b$

Pole powierzchni prostopadłościanu to suma pól obu podstaw i powierzchni bocznej.

$V = P_p \cdot H$

Objętość prostopadłościanu to iloczyn pola podstawy i pola wysokości prostopadłościanu.

ROZDZIAŁ V
MATEMATYKA NA CO DZIEŃ

OBLICZENIA PROCENTOWE

Procent to ułamek o mianowniku 100, używany do określenia części jakiejś wielkości. Gdy mówimy 100%, mamy na myśli całość tej wielkości, gdy mówimy 50%, mamy na myśli jej połowę.

PRZYKŁAD 1

Frekwencja w klasie VI a wynosi dziś 100%.

100% to $\frac{100}{100}$ liczby uczniów, a więc wszyscy uczniowie.

50% uczniów VI a stanowią dziewczynki.

50% to $\frac{50}{100}$ liczby uczniów, a więc połowa uczniów to dziewczynki.

Rozszerzając umiejętność posługiwania się procentami, musisz wiedzieć, że 1% liczby to jej $\frac{1}{100}$, można zapisywać też: 1% liczby to jej 0,01. Odpowiednio:

50% liczby to $\frac{\cancel{50}^{1}}{\cancel{100}_{2}} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ tej liczby, czyli jej połowa,

25% liczby to $\frac{\cancel{25}^{1}}{\cancel{100}_{4}} = \frac{1}{4} = 0{,}25$ tej liczby, czyli jej ćwierć,

20% liczby to $\frac{\cancel{20}^{1}}{\cancel{100}_{5}} = \frac{1}{5} = 0{,}2$ tej liczby, czyli jej jedna piąta,

10% liczby to $\frac{\cancel{10}^{1}}{\cancel{100}_{10}} = \frac{1}{10} = 0{,}1$ tej liczby, czyli jej jedna dziesiąta.

Obliczanie procentu danej liczby wykonuje się tak samo, jak obliczanie ułamka danej liczby: mnożymy liczbę przez procent zamieniony na ułamek jak wyżej.

ZADANIE 1

Oblicz 50% liczby 420.

Rozwiązanie:

$420 \cdot 50\% = 420 \cdot 0,5 = 210$

Lub wiedząc, że 50% to połowa, można też podzielić liczbę 420 przez 2.

Odp.: 50% liczby 420 to 210.

ZADANIE 2

Oblicz 20% liczby 1 500.

Rozwiązanie:

$1\,500 \cdot 20\% = 1\,500 \cdot 0,2 = 300$

Lub wiedząc, że 20% to jedna piąta, dzielimy 1 500 przez 5.

Odp.: 20% liczby 1 500 to 300.

ZADANIE 3

Oblicz 10% liczby 41 320.

Rozwiązanie:

$41\,320 \cdot 10\% = 41\,320 \cdot 0,1 = 4\,132$

Lub wiedząc, że 10% to jedna dziesiąta, dzielimy 41 320 przez 10.

Odp.: 10% liczby 41 320 to 4 132.

ZADANIE 4

Oblicz 25% liczby 12 000.

Rozwiązanie:

$12\,000 \cdot 25\% = 12\,000 \cdot 0,25 = 3\,000$

Lub wiedząc, że 25% to jedna czwarta (ćwierć), dzielimy 12 000 przez 4.

Odp.: 25% liczby 12 000 to 3 000.

ZADANIE 5

Państwo Kowalscy kupili na raty meble o wartości 6 000 zł. Pierwsza rata wyniosła 25% wartości mebli, druga 20%, a pozostałą kwotę spłacili w trzech równych ratach. Jaka była wysokość ostatniej raty?

$6\,000 \text{ zł} \cdot 25\% = 6\,000 \text{ zł} \cdot 0,25 = 1\,500 \text{ zł}$

Obliczamy wysokość I raty.

$6\,000 \text{ zł} \cdot 20\% = 6\,000 \text{ zł} \cdot 0,2 = 1\,200 \text{ zł}$

Obliczamy wysokość II raty.

$t_0 - t_p = 6\text{ h} - 4{,}5\text{ h} = 1{,}5\text{ h}$

A taka jest różnica czasów jazdy pociągów.

Odp.: Czas przejazdu pociągu pospiesznego na tej trasie jest o 1,5 h krótszy niż pociągu osobowego.

ZADANIE 6

Turyści wyruszyli na górski szlak o godz. 8:55. Najpierw przez godzinę i 45 minut wędrowali w górę z prędkością 4 km/h, po czym kolejne 500 m na szczyt góry wjechali kolejką krzesełkową, co zajęło im 3 minuty. Na szczycie spędzili 2 godziny i 10 minut. Całą drogę powrotną pokonali pieszo z prędkością 6 km/h. Jaką odległość pokonali pieszo? O której godzinie wrócili do miejsca, z którego rozpoczęli wędrówkę?

$s = t \cdot v = 1\text{ h } 45\text{ min} \cdot 4\text{ km/h} =$

$= 1{,}75\text{ h} \cdot 4\text{ km/h} = 7\text{ km}$

Droga pieszej wędrówki w górę.

$7\text{ km} + 500\text{ m} = 7\text{ km} + 0{,}5\text{ km} = 7{,}5\text{ km}$

Całkowita droga w górę. Taka sama jest droga w dół.

$7\text{ km} + 7{,}5\text{ km} = 14{,}5\text{ km}$

Droga pokonana przez turystów pieszo.

$7{,}5\text{ km} : 6\text{ km/h} = 1{,}25\text{ h} = 1\text{ h } 15\text{ min}$

Czas zejścia w dół.

$8{:}55 + 1\text{ h } 45\text{ min} + 3\text{ min} + 2\text{ h } 10\text{ min} + 1\text{ h } 15\text{ min} =$

$= 8{:}55 + 4\text{ h } 73\text{ min} = 8{:}55 + 5\text{ h } 13\text{ min} =$

$= 14{:}08$

Godzina powrotu do miejsca rozpoczęcia wędrówki.

Odp.: Odległość pokonana przez turystów pieszo to 14,5 km. Do miejsca, z którego rozpoczęli wędrówkę, wrócili o godz. 14:08.

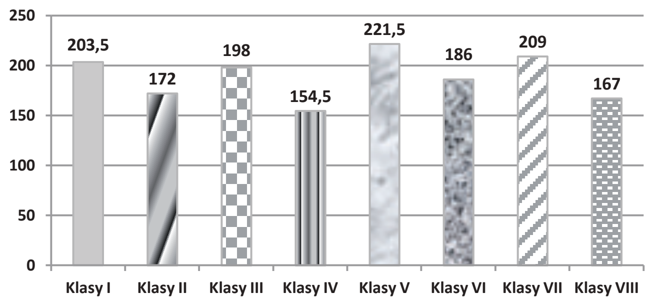
ROZDZIAŁ VI
ELEMENTY STATYSTYKI OPISOWEJ

STATYSTYKA OPISOWA

Statystyka opisowa zajmuje się opisywaniem danych uzyskanych podczas badań statystycznych. Celem statystyki opisowej jest porządkowanie i analizowanie zebranych danych oraz wyciąganie wniosków na ich temat.
W tym rozdziale zebrane i uporządkowane dane statystyczne będziemy prezentowali w tabelach lub za pomocą różnego rodzaju wykresów.

PRZYKŁAD 1

Przedstawiony poniżej wykres kolumnowy zawiera wyrażone w kg informacje o wynikach zbiórki makulatury przeprowadzonej w pewnej szkole:



Odpowiedz na pytania:
a) Ile kg makulatury zebrano w szkole?
b) O ile różni się wynik największy od najmniejszego?
c) Określ różnicę między wynikami uczniów najstarszych i najmłodszych. Którzy zebrali więcej makulatury?
d) Uporządkuj klasy rosnąco według ilości zebranej makulatury.

a) $203, 5 + 172 + 198 + 154,5 +$
$+ 221,5 + 186 + 209 + 167 = 1511,5$ kg

Suma wszystkich wyników – ilość zebranej makulatury.

b) $221,5$ kg $- 154,5$ kg $= 67$ kg

Największy wynik to 221,5 kg, najmniejszy to 154,5 kg.

c) 203, 5 kg – 167 kg = 36,5 kg

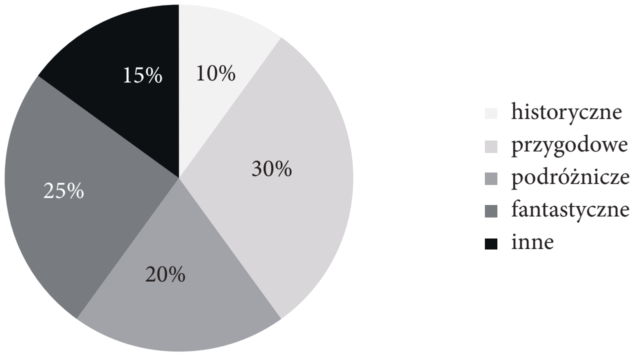
Najmłodsi zebrali o 36,5 kg więcej od najstarszych.

d) 154,5 < 167 < 172 < 186 < < 198 < 203,5 < 209 < 221,5

Wyniki uporządkowane rosnąco.

PRZYKŁAD 2

Przedstawiony niżej diagram kołowy prezentuje upodobania czytelnicze uczniów klas szóstych. Badanie przeprowadzono na grupie liczącej 80 uczniów.



Odpowiedz na pytania:

a) Które książki cieszą się największym, a które najmniejszym zainteresowaniem badanej grupy?
b) Ilu badanych uczniów wybrało książki podróżnicze?
c) O ilu więcej badanych uczniów woli czytać książki fantastyczne niż historyczne?

a) 30% > 10%, 30% – książki przygodowe, 10% – historyczne

Odczytujemy z wykresu wyniki wyrażone w procentach.

b) $80 \cdot 20\% = 80 \cdot 0{,}2 = 16$ uczniów

Obliczamy 20% liczby badanych, czyli 80 uczniów.

c) $80 \cdot 25\% = 80 \cdot 0{,}25 = 20$

Liczba uczniów wybierających książki fantastyczne.

$80 \cdot 10\% = 80 \cdot 0{,}1 = 8$

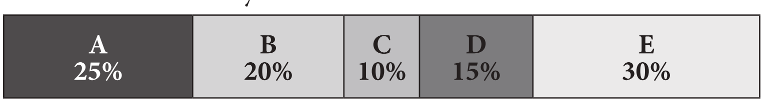
Liczba uczniów wybierających książki historyczne.

$20 - 8 = 12$

Różnica między liczbą fantastów a historyków.

PRZYKŁAD 3

Przedstawiony niżej diagram prostokątny przedstawia rozkład dyscyplin sportu uprawianych przez wszystkich 20 uczniów klasy VI c.



Legenda:
A – piłka siatkowa,
B – piłka nożna,
C – koszykówka,
D – tenis stołowy,
E – lekkoatletyka.

ROZDZIAŁ VII
ZADANIA I ŁAMIGŁÓWKI

ZADANIA

ZADANIE 1

Krzyś za 5 czekolad i 3 batony zapłacił 58 zł. Franio za 4 bombonierki i 4 batony 64 zł. Gabrysia kupiła tyle samo czekolad i bombonierek, co chłopcy razem, i 10 batonów, płacąc 140 zł. Ile kosztuje czekolada, ile bombonierka, a ile baton?

Rozwiązanie:

140 zł – (58 zł + 64 zł) = 140 zł – 122 zł = 18 zł	Różnica między ceną zakupów Gabrysi a sumą cen zakupów chłopców.
18 zł : 3 = 6 zł → cena 1 batonu	Gabrysia zapłaciła o 18 zł więcej. A kupiła o 3 batony więcej niż chłopcy.
58 zł – 3 · 6 zł = 40 zł 40 zł : 5 = 8 zł	Od kwoty Krzysia odejmujemy wartość 3 batonów. Zostaje wartość 5 czekolad.
64 zł – 4 · 6 zł = 40 zł 40 zł : 4 = 10 zł	Od kwoty Frania odejmujemy wartość 4 batonów. Zostaje wartość 4 bombonierek.

Sprawdzenie:

5 · 8 zł + 3 · 6 zł = 40 zł + 18 zł = 58 zł	Zgadza się. Krzyś rzeczywiście zapłacił 58 zł.

Odp.: Czekolada kosztuje 8 zł, bombonierka 10 zł, a baton 6 zł.

ZADANIE 2

50% pewnej liczby to o 40 więcej niż 30% tej samej liczby. Oblicz tę liczbę.

Rozwiązanie:

50% – 30% = 20%	20% tej liczby to 40.
40 : 20% = 40 : 02 = 200	Obliczamy liczbę z danego jej procentu, dzieląc część przez procent.

$40 \cdot 5 = 200$

Lub mnożąc liczbę 40 przez 5, bo 20% to jedna piąta część szukanej liczby.

Sprawdzenie:

50% liczby 200 = 100.

30% liczby 200 = 60 $\qquad$ 100 – 60 = 40

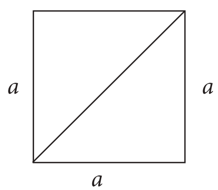
Zgadza się. 50% tej liczby to rzeczywiście o 40 więcej niż jej 30%.

Odp.: Szukaną liczbą jest 200.

ZADANIE 3

Kwadrat przecięto przekątną na dwa trójkąty równoramienne. Pole jednego z nich to 32 cm^2. Oblicz obwód tego kwadratu.

Rozwiązanie:



Skoro wielokątem wyjściowym jest kwadrat, to po przecięciu go przekątną otrzymujemy dwa przystające trójkąty równoramienne prostokątne. Jeżeli pole jednego wynosi 32 cm^2, to pole kwadratu wynosi $2 \cdot 32$ cm^2, czyli 64 cm^2.

Bok kwadratu, którego pole wynosi 64 cm^2, ma długość 8 cm.

Obwód kwadratu to iloczyn liczby 4 i długości jednego boku.

Obwód = 8 cm $\cdot$ 4 = 32 cm.

Odp.: Obwód tego kwadratu wynosi 32 cm.

ZADANIE 4

Adam w czasie rodzinnej podróży samochodem zauważył, że podróżują ze średnią prędkością 60 km/h. Nudząc się, obliczył, że gdyby jechali z prędkością o 20 km/h większą, to w tym samym czasie pokonaliby dystans o 40 km większy. Jaką drogę miała do pokonania rodzina Adama? W jakim czasie ją pokonała?

Rozwiązanie:

$t = s : v = 40$ km : 20 km/h = 2 h

Różnicę dróg dzielimy przez różnicę prędkości → otrzymujemy czas.

$s = v \cdot t = 60$ km/h $\cdot$ 2 h = 120 km

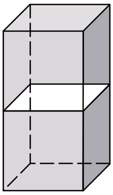
Obliczamy planowaną drogę.

Odp.: Rodzina Adama miała do pokonania drogę równą 120 km, w czasie 2 h.

ZADANIE 5

Dwa sześciany sklejono podstawami, otrzymując prostopadłościan o polu powierzchni 360 cm^2. Oblicz objętość powstałego prostopadłościanu.

Rozwiązanie:



Dwie sklejone ściany sześcianów są niewidoczne. Nie uwzględniamy ich w obliczaniu pola powierzchni prostopadłościanu.

$360\ \text{cm}^2 : 10 = 36\ \text{cm}^2$

Obliczamy pole jednej z 10 widocznych ścian sześcianu.

$a = 6$ cm

Obliczamy długość krawędzi sześcianu.

$V = P_p \cdot H = a^2 \cdot 2a = 36\ \text{cm}^2 \cdot 12\ \text{cm} = 432\ \text{cm}^3$

Obliczamy objętość prostopadłościanu.

Odp.: Powstały prostopadłościan ma objętość 432 cm^3.

ZADANIE 6

Trzy piąte pewnej liczby jest o 30 większe od jej połowy. Oblicz tę liczbę.

Rozwiązanie:

$\frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{6}{10} - \frac{5}{10} = \frac{1}{10}$

O taką część liczby różnią się jej części występujące w zadaniu.

$\frac{1}{10}$ liczby = 30

Należy obliczyć liczbę z jej części.

$30 : \frac{1}{10} = 30 \cdot \frac{10}{1} = 300$

Dzielimy część przez ułamek → otrzymujemy szukaną liczbę.

Sprawdzenie:

$\frac{3}{5}$ liczby 300 = $300 \cdot \frac{3}{5} = 180$

Połowa liczby 300 = 150 $\qquad$ $180 - 150 = 30$

Odp.: Szukaną liczbą jest 300.

ZADANIE 7

Ola zbiera znaczki pocztowe. W jednym albumie ma znaczki krajowe, w drugim zagraniczne, których ma więcej. Gdyby przełożyła 84 znaczki zagraniczne do krajowych, to liczba znaczków w obu albumach byłaby równa. Oblicz, ile ma znaczków krajowych, ile zagranicznych, wiedząc, że wszystkich znaczków jest 1 644.

Rozwiązanie:

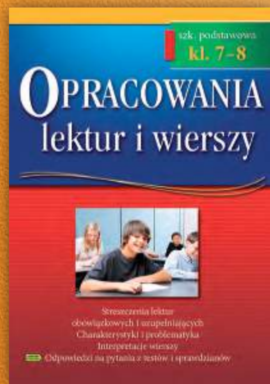
$(1\,644 - 2 \cdot 84) : 2 = 1\,476 : 2 = 738$

$738 + 2 \cdot 84 = 738 + 168 = 906$

Jeśli zmniejszenie o 84 liczby znaczków zagranicznych i równoczesne zwiększenie o 84 liczby znaczków krajowych skutkuje wyrównaniem obu liczb, to znaczy, że różnica tych liczb wynosi 2 razy po 84. Liczba 738 to liczba znaczków krajowych.

„Ściąga” język polski

zawiera interpretacje i analizy wierszy, dokładne omówienia lektur, definicje terminów literackich. Zgodna z najnowszą podstawą programową!



„Opracowania lektur i wierszy”

zawiera streszczenia lektur obowiązkowych i uzupełniających, interpretacje wierszy omawianych w szkole podstawowej. Opracowane zgodnie z najnowszą podstawą programową!

„Jak pisać”

zawiera omówienia wszystkich najczęstszych form wypracowań, wskazówki, przykłady, ćwiczenia rozwijające umiejętność operowania słowem.

ISBN 978-83-7517-893-7

9 788375 178937 >

wydawnictwo edukacyjne GREG

Wydawnictwo GREG
ul. Klasztorna 2B • 31-979 Kraków
www.greg.pl