

klasa **5**
szkoła
podstawowa

nowa
podstawa
programowa

MATEMATYKA

korepetycje

Pewniak
na teście

zadania takie,
jak na testach i sprawdzianach
rozwiązania krok po kroku

GRĘG
WYDAWNICTWO EDUKACYJNE

Korepetycje matematyka kl. 5

Autor:

Roman Gancarczyk

(wykorzystano materiały autorstwa Doroty Kozuch i Grażyny Matachowskiej)

Nadzór merytoryczny:

Lucyna Butowska, Zofia Daszczyńska, Iwona Wawrzyńczak

Korekta:

Agnieszka Antosiewicz, Paulina Roszak-Niemirska, Maria Zagnińska

Opracowanie graficzne, skład i łamanie:

Pracownia Słowa

Okładka:

Pracownia Słowa

Wykorzystano grafikę:

Shutterstock.com: iunewind, SThom, Victoria Sergeeva

ISBN: 978-83-7517-891-3

Wydanie II rozszerzone

© Copyright by Wydawnictwo GREG®

Żadna część niniejszej publikacji nie może być reprodukowana lub przedrukowywana bez pisemnej zgody Wydawnictwa GREG®. Dotyczy to także przenoszenia danych do systemów komputerowych, wykonywania fotokopii i mikrofilmów.

Wydawnictwo GREG®

31-979 Kraków, ul. Klasztorna 2B

tel. 12 680-15-50

www.greg.pl

księgarnia internetowa: www.greg.pl

klasa **5**
szkoła
podstawowa

nowa
podstawa
programowa

MATEMATYKA

korepetycje

WSTĘP

Seria *Korepetycje matematyka* to najlepsza na rynku pomoc do nauki matematyki. Składa się z **pięciu części** – dla klas od 4 do 8. Każda książka jest **dostosowana do obowiązującej podstawy programowej** i zawiera materiał omawiany w danej klasie. W każdej pozycji można znaleźć:

- **przystępnie omówione zagadnienia teoretyczne** z przykładami i wyjaśnieniami ułatwiającymi zrozumienie i wykorzystanie tych wiadomości do rozwiązywania zadań,
- **wskazówki pozwalające na uniknięcie często popełnianych błędów,**
- **zadania z rozwiązaniami krok po kroku,** dzięki którym można prześledzić sposób dojścia do wyniku i zrozumieć konieczny tok myślenia.

Nowością i wielkim atutem serii są zadania oznaczone znaczkiem „Pewniak na teście”.

**Pewniak
na teście**

Takie oznaczenie wskazuje zadania, które pod względem konstrukcji i wymaganego sposobu rozwiązania są **identyczne z zadaniami, z którymi uczeń może spotkać się na teście, na sprawdzianie czy klasówce.** Praca z *Korepetycjami* gwarantuje więc sukces na lekcjach matematyki, gdyż umożliwia zapoznanie się i przećwiczenie dokładnie takich typów zadań, jakie są wykorzystywane w szkolnej praktyce.

Gorąco polecamy wszystkim uczniom!

Autorzy i Wydawnictwo GREG

Spis treści

ROZDZIAŁ I LICZBY CAŁKOWITE

Liczby naturalne	7
Zapisywanie liczb naturalnych	7
Działania na liczbach naturalnych	9
Kolejność wykonywania działań	17
Liczby ujemne	19
Liczby przeciwne	20
Wartość bezwzględna liczby	20
Dodawanie i odejmowanie liczb całkowitych	21

ROZDZIAŁ II UŁAMKI ZWYKŁE I DZIESIĘTNE

Ułamki zwykłe	25
Ułamek jako część całości	25
Ułamki zwykłe na osi liczbowej	28
Ułamek jako iloraz dwóch liczb	29
Ułamki i liczby mieszane	30
Rozszerzanie i skracanie ułamków	32
Dodawanie i odejmowanie ułamków zwykłych	36
Mnożenie ułamków	40
Dzielenie ułamków	45
Kwadraty i sześciiany ułamków zwykłych	47
Działania na ułamkach zwykłych	49
Ułamki dziesiętne	52
Ułamki dziesiętne na osi liczbowej	52
Skracanie i rozszerzanie ułamków dziesiętnych	54
Porównywanie ułamków	55
Dodawanie i odejmowanie ułamków	55
Mnożenie i dzielenie ułamków przez 10, 100, 1000 itd.	56
Mnożenie ułamków dziesiętnych	57
Dzielenie ułamków	59
Kwadraty i sześciiany ułamków dziesiętnych	64
Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych	65

ROZDZIAŁ III PROSTE I ODCINKI

Prosta	71
Odcinek	72
Półprosta	72
Rysowanie par odcinków równoległych i prostopadłych	73

ROZDZIAŁ IV KĄTY

Kąty przyległe	75
Kąty wierzchołkowe	77

ROZDZIAŁ V WIELOKĄTY, OKRĘGI I KOŁA

Trójkąty	79
Podział trójkątów	79
Suma miar kątów wewnętrznych trójkąta	80
Wysokość trójkąta	82
Czworokąty	83
Trapezy	83
Równoległoboki	83
Prostokąt	84
Romb	84
Kwadrat	84
Jednostki długości	85
Obwody wielokątów	86
Obwód trójkąta	86
Obwód prostokąta i kwadratu	89
Obwód trapezu, równoległoboku i rombu	93
Pola figur	96
Wzory na pola figur	96
Jednostki pola powierzchni	97
Zastosowanie wzorów na pola figur	99
Pole wielokąta	103
Okręgi i koła	105

ROZDZIAŁ VI OBLICZENIA PRAKTYCZNE

Obliczenia z jednostkami masy	106
Obliczenia z jednostkami czasu	109
Zadania tekstowe	112
Szacowanie	117

ROZDZIAŁ I

LICZBY CAŁKOWITE

LICZBY NATURALNE

ZAPISYWANIE LICZB NATURALNYCH

Liczby naturalne to 0, 1, 2, 3 ... 49, 50 ... 1022, 1023 ...

Najmniejszą liczbą naturalną jest 0. Największa liczba naturalna nie istnieje, ponieważ zawsze można podać liczbę o 1 większą od danej.

Liczby naturalne zapisujemy za pomocą dziesięciu cyfr: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, w systemie dziesiątkowym pozycyjnym. Pozwala on na zapisanie i odczytanie dowolnej liczby, a „wartość” cyfry zależy od jej położenia w liczbie.

PRZYKŁADY

7 3 7
↓ ↓ ↓
cyfra cyfra cyfra
setek dziesiątek jedności

Czytam: siedemset trzydzieści siedem.

3 7 3 3 7 3
↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
cyfra cyfra cyfra cyfra cyfra cyfra
setek dziesiątek tysięcy setek dziesiątek jedności

Czytam: trzysta siedemdziesiąt trzy tysiące trzysta siedemdziesiąt trzy.

Pewniak
na teście**ZADANIE 1**

Odczytaj i zapisz słowami liczbę 3210004.

Rozwiązanie:

Aby odczytać liczbę, grupujemy po 3 cyfry zaczynając od prawej strony:

3	210	004
↑	↑	↑
grupa	grupa	grupa
milionów	tysięcy	jedności

Czytamy: trzy miliony dwieście dziesięć tysięcy cztery.

Pewniak
na teście**ZADANIE 2**

Zapisz cyframi liczbę: trzynaście milionów sześćset pięćdziesiąt pięć tysięcy.

Rozwiązanie:

Szukana liczba może mieć 9 cyfr:

↑			↑			↑		
grupa			grupa			grupa		
milionów			tysięcy			jedności		

W każdej grupie, czytając od prawej, występują: jedności, dziesiątki i setki.

trzynaście milionów, więc w grupie milionów wpisujemy

	1	3
--	---	---

sześćset pięćdziesiąt pięć tysięcy, więc w grupie tysięcy wpisujemy

6	5	5
---	---	---

w grupie jedności nie ma żadnych cyfr, więc uzupełniamy zerami

0	0	0
---	---	---

cała liczba

1	3	6	5	5	0	0	0
---	---	---	---	---	---	---	---

Odstępy pomiędzy grupami ułatwiają czytanie.

Zapisujemy ją: 13 655 000

W żadnym wypadku nie stawiamy KROPEK pomiędzy grupami!

Pewniak
na teście**ZADANIE 3**

Podaj największą liczbę czterocyfrową.

Rozwiązanie:

liczba czterocyfrowa

--	--	--	--

Zawiera: grupę jedności (3 cyfry) i jedną cyfrę z grupy tysięcy.

Miejsca musimy wypełnić największą cyfrą, czyli 9:

Będzie to liczba: $\boxed{9} \boxed{9} \boxed{9} \boxed{9}$

Liczba 9 998 jest od niej o 1 mniejsza, a liczba o 1 większa, czyli 10 000, jest liczbą pięciocyfrową.

Odp.: Szukaną liczbą jest dziewięć tysięcy dziewięćset dziewięćdziesiąt dziewięć.

ZADANIE 4

Pewniak
na teście

Uporządkuj rosnąco liczby 619, 1230, 431, 452.

Rozwiązanie:

Uporządkować rosnąco oznacza **napisać liczby od najmniejszej do największej**.

Tylko jedna z liczb (**1230**) jest czterocyfrowa, więc jest to **liczba największa**.

Pozostałe to liczby trzycyfrowe:

$\underline{6}19$, $\underline{4}31$, $\underline{4}52$

Podkreślamy cyfrę setek.

$6 > 4$

więc liczba 619 jest wśród nich największa.

Teraz porównujemy:

$\underline{4}31$ i $\underline{4}52$

$3 < 5$

Cyfrы setek są identyczne, więc porównujemy cyfry dziesiątek.

więc większą liczbą jest 452.

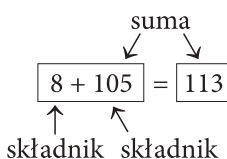
Piszemy liczby w odpowiedniej kolejności:

$431 < 452 < 619 < 1230$

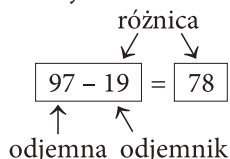
DZIAŁANIA NA LICZBACH NATURALNYCH

Na początku przypomnij sobie, jak nazywają się liczby związane z działaniami:

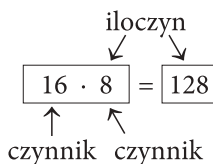
Dodawanie



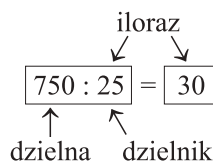
Odejmowanie



Mnożenie



Dzielenie



W dodawaniu i mnożeniu mogą występować więcej niż dwa składniki lub odpowiednio czynniki. Oba te działania są **przemienne i łączne**, co wykorzystujemy, ułatwiając sobie obliczenia.

PRZYKŁAD 1

$$\begin{aligned} 12 + 35 + 28 + 115 &= \\ \underbrace{12 + 28} + \underbrace{35 + 115} &= \\ 40 + 150 &= \end{aligned}$$

$$= 190$$

$$4 \cdot 9 \cdot 5 =$$

$$\underbrace{4 \cdot 5} \cdot 9 =$$

$$20 \cdot 9 =$$

$$= 180$$

Zmieniamy kolejność składników, aby jedności dopełniały się do całych dziesiątek; dodajemy otrzymane wyniki.

Zmieniamy kolejność czynników.

Wykonujemy mnożenie: $4 \cdot 5 = 20$.

Wynikiem dodawania lub mnożenia liczb naturalnych jest zawsze liczba naturalna. Zwróć uwagę, że jeśli jeden ze składników jest równy zero – suma nie ulegnie zmianie.

PRZYKŁAD 2

$$138 + 0 = 138$$

$$0 + 28 = 28$$

$$3749 + 0 = 3749$$

Natomiast **jeżeli choć jeden z czynników jest zerem, iloczyn wynosi zero!**

PRZYKŁAD 3

$$0 \cdot 15 = 0$$

$$1250 \cdot 138 \cdot 0 = 0$$

$$267 \cdot 0 \cdot 375 = 0$$

$$0 \cdot 142 \cdot 0 = 0$$

Pomnożenie liczby przez jeden daje zawsze w wyniku tę samą liczbę.

PRZYKŁAD 4

$$1 \cdot 28 = 28$$

$$418 \cdot 1 = 418$$

$$1 \cdot 7652 = 7652$$

Nie wolno zmieniać kolejności liczb w odejmowaniu i dzieleniu!

PAMIĘTAJ!

Wynikiem odejmowania liczb naturalnych **nie zawsze jest liczba naturalna.**

ROZDZIAŁ II

UŁAMKI ZWYKŁE I DZIESIĘTNE

UŁAMKI ZWYKŁE

UŁAMEK JAKO CZĘŚĆ CAŁOŚCI

Jak zapewne pamiętasz z poprzedniej klasy, ułamki zwykłe to liczby zapisane w postaci:

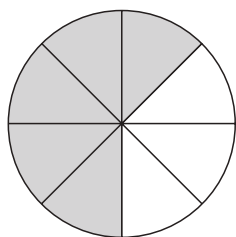
- 3** ← licznik ułamka
- ← kreska ułamkowa
- 4** ← mianownik ułamka

Licznik może być dowolną liczbą naturalną, natomiast **mianownik musi być liczbą różną od zera.**

$$\frac{5}{0}$$

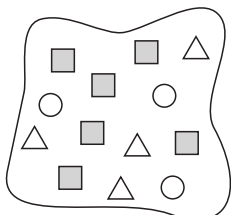
TAKI UŁAMEK NIE ISTNIEJE!

PRZYKŁAD 1



$$\frac{5}{8}$$

- mianownik 8 – ponieważ koło zostało podzielone na 8 równych części;
- licznik 5 – ponieważ 5 z nich zaciemniono;



$$\frac{6}{13}$$

- mianownik 13 – ponieważ zbiór, który jest całością, zawiera 13 figur;
 - licznik 6 – ponieważ 6 z nich to kwadraty;
- Kwadraty stanowią $\frac{6}{13}$ zbioru figur.

Pewniak
na teście**ZADANIE 1**

Księgozbiór Oli liczy 72 książki. Wśród nich znajdują się 24 książki historyczne i 32 powieści fantastyczne, a resztę stanowią powieści przygodowe. Jutro na urodziny Ola dostanie trzy książki przygodowe. Jaką część wszystkich książek będą wówczas stanowić książki przygodowe?

Rozwiązanie:

$$\text{książki historyczne} \quad \frac{24}{72}$$

$$\text{książki fantastyczne} \quad \frac{32}{72}$$

$$24 + 32 = 56 \quad 72 - 56 = 16$$

$$\text{książki przygodowe} \quad \frac{16}{72}$$

$$\frac{16}{72} + 3 \text{ książki przygodowe}$$

$$16 + 3 = 19$$

$$72 + 3 = 75$$

Odp.: Razem z prezentem urodzinowym Ola ma już 75 książek, w tym książki przygodowe to $\frac{19}{75}$.

Pewniak
na teście**ZADANIE 2**

Jaką częścią

- godziny jest 1 minuta;
- tygodnia jest weekend;
- metra jest 1 decymetr;
- kilograma jest 13 gramów.

Rozwiązanie:

a) 1 godz. = 60 min, więc 1 min to $\frac{1}{60}$ godz.

b) 1 tydzień = 7 dni, weekend to sobota i niedziela, czyli 2 dni, więc weekend to $\frac{2}{7}$ tygodnia.

c) 1 m = 10 dm, więc dm to $\frac{1}{10}$ m.

d) 1 kg = 1000 g, więc 13 g to $\frac{13}{1000}$ kg.

DZIAŁANIA NA UŁAMKACH ZWYKŁYCH I DZIESIĘTNYCH

W niektórych zadaniach spotkasz równocześnie ułamki zwykłe i dziesiętne i konieczna będzie zamiana jednych na drugie. Zamiana ułamków dziesiętnych na zwykłe jest bardzo prosta!

PRZYKŁAD 1

$$0,17 = \frac{17}{100}$$

$$2,159 = 2 \frac{159}{1000}$$

$$0,8 = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$1,16 = 1 \frac{16}{100} = 1 \frac{4}{25}$$

$$3,125 = 3 \frac{125}{1000} = 3 \frac{1}{8}$$

$$4,25 = 4 \frac{25}{100} = 4 \frac{1}{4}$$

Po zapisaniu ułamka zwykłego sprawdzamy, czy nie można go skrócić!

Skracamy przez 4.

Skracamy przez 125.

Skracamy przez 25.

Ułamki zwykłe możesz zamienić na dziesiętne **na dwa sposoby**:

I – rozszerzyć mianownik ułamka do 10, 100, 1000 itd. (pamiętając o równoczesnym rozszerzeniu licznika).

II – podzielić licznik przez mianownik.

I sposób:

PRZYKŁAD 2

$$\frac{1}{2} = \frac{5}{10} = 0,5$$

$$\frac{3}{20} = \frac{15}{100} = 0,15$$

$$\frac{11}{50} = \frac{22}{100} = 0,22$$

$$\frac{77}{250} = \frac{308}{1000} = 0,308$$

$$1 \frac{1}{4} = 1 \frac{25}{100} = 1,25$$

Rozszerzamy przez 5.

Rozszerzamy przez 5.

Rozszerzamy przez 2.

Rozszerzamy przez 4.

Rozszerzamy przez 25.

II sposób:

PRZYKŁAD 3

$$* \frac{11}{50} = 11 : 50 = 0,22$$

$$\begin{array}{r} 0,22 \\ 11,00 : 50 \\ - 100 \\ \hline 100 \\ - 100 \\ \hline = = = \end{array}$$

$$* \quad \frac{5}{8} = 5 : 8 = 0,625$$

$$\begin{array}{r} 0,625 \\ 5,000 : 8 \\ - 48 \\ \hline 20 \\ - 16 \\ \hline 40 \\ - 40 \\ \hline === \end{array}$$

$$* \quad \frac{7}{16} = 7 : 16 = 0,4375$$

$$\begin{array}{r} 0,4375 \\ 7,0000 : 16 \\ - 64 \\ \hline 60 \\ - 48 \\ \hline 120 \\ - 112 \\ \hline 80 \\ - 80 \\ \hline === \end{array}$$

Liczb takich jak:

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{11}{12}, \frac{4}{15}, \frac{7}{30}$$

i wielu innych **nie możesz zamienić na ułamek dziesiętny**, ponieważ dzielenie licznika przez mianownik nigdy się nie kończy.

Jest zasada, która mówi, że **jeśli w rozkładzie na czynniki pierwsze mianownika występują tylko 2 lub 5 (lub obie razem)**, to taki ułamek można zamienić na dziesiętny.

Natomiast jeżeli w rozkładzie mianownika występują inne liczby, to takiego ułamka **nie można zamienić na ułamek dziesiętny**.

UWAGA!

Zasada ta dotyczy **ułamków nieskracalnych**, np. $\frac{12}{15}$ można zamienić na dziesiętny, gdyż po skróceniu: $\frac{12}{15} = \frac{4}{5} = 0,8$.

WARTO ZAPAMIĘTAĆ!

$$\frac{1}{2} = 0,5$$

$$\frac{1}{4} = 0,25$$

$$\frac{3}{4} = 0,75$$

$$\frac{1}{5} = 0,2$$

$$\frac{1}{8} = 0,125$$

Jeżeli masz wykonać obliczenia, w których występują różne ułamki, możesz:

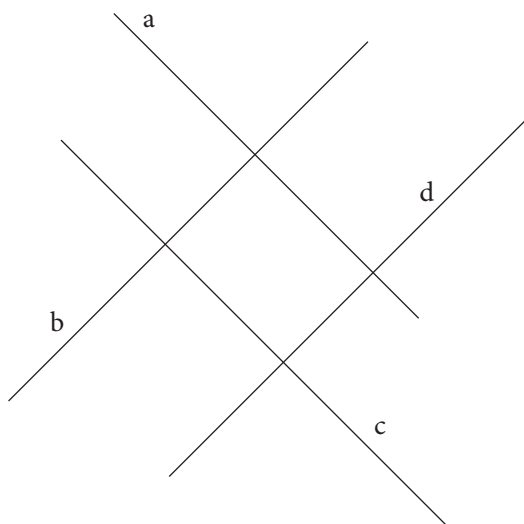
- zamienić ułamki dziesiętne na zwykłe i wykonać działania w ułamkach zwykłych;
- zamienić (jeśli to możliwe) ułamki zwykłe na dziesiętne i wykonać działania w ułamkach dziesiętnych.

ROZDZIAŁ III

PROSTE I ODCINKI

PROSTA

Rysunek przedstawia cztery **proste**: a, b, c, d. Wzajemne położenie kilku z nich opisane jest w następujący sposób:



$a \perp b$ czytamy: prosta **a** jest prostopadła do prostej **b**.

$a \parallel c$ czytamy: prosta **a** jest równoległa do prostej **c**.

$a \perp b$,

$a \parallel c$,

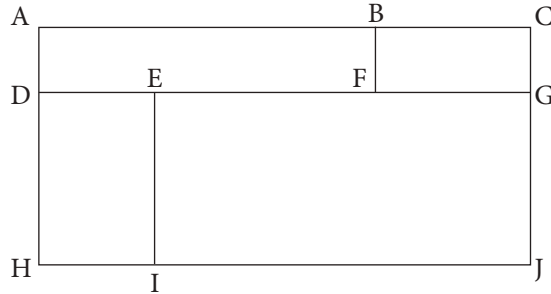
$b \perp c$.

Analiza rysunku i opisu pozwala zauważyć, że $c \perp d$.

ODCINEK

Podobnie postępujemy z **odcinkami**.

PRZYKŁAD 1



Dane:

$AC \parallel DG \parallel HJ$ i $EI \parallel BF \parallel CJ$

$AH \perp HJ$ i $EG \perp EI$

Określ wzajemne położenie odcinków:

* $BF \ ? \ DE$

Ponieważ $BF \parallel EI$ oraz $EI \perp DE$ (w danych jest zapis: $EI \perp DG$), to $BF \perp DE$

* $IJ \ ? \ CJ$

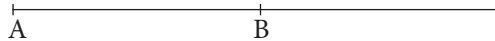
Ponieważ $IJ \parallel EG$ (w danych: $HJ \parallel DG$) oraz $EG \perp EI$, a $EI \parallel CJ$, to $IJ \perp CJ$

* $GJ \ ? \ HI$

Ponieważ $GJ \parallel EI$ (w danych: $CJ \parallel EI$), $EI \perp DG$ (w danych: $EI \perp EG$) oraz $DE \parallel HI$ (w danych: $DG \parallel HJ$), to $GJ \perp HI$

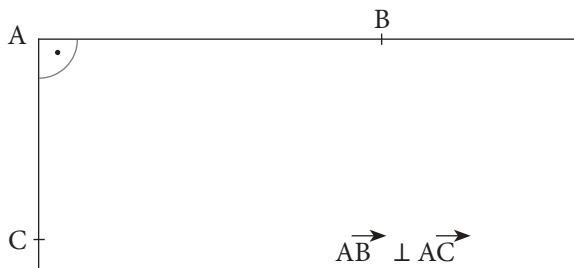
PÓŁPROSTA

Rysunek poniżej przedstawia **półprostą** o początku w punkcie A przechodzącą przez punkt B. Oznaczmy ją: \vec{AB}



Półprosta ma początek (tu w punkcie A) i nie ma końca.

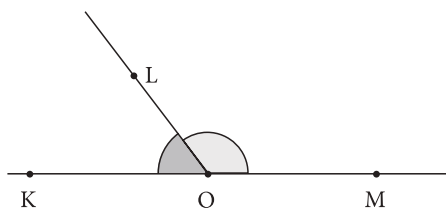
Dwie prostopadłe półproste o wspólnym początku tworzą kąt prosty, czyli kąt mający miarę 90° .



ROZDZIAŁ IV

KĄTY

KĄTY PRZYLEGŁE



- mają wspólny wierzchołek O
- mają wspólne ramię OL
- pozostałe ramiona przedłużają się
- razem mają 180°

$$\sphericalangle KOL + \sphericalangle LOM = 180^\circ$$

ZADANIE 1

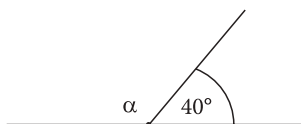
Pewniak
na teście

Jeden z kątów przyległych ma:

- a) 40° b) 120° c) 80°

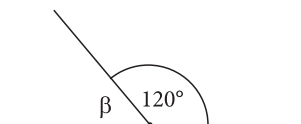
Oblicz miarę drugiego.

a)



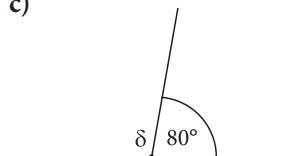
$$\alpha = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

b)



$$\beta = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

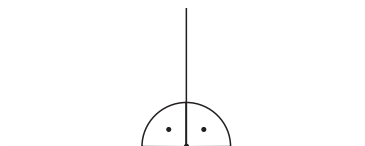
c)



$$\delta = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

ZADANIE 2

Ile stopni ma każdy z kątów przyległych, jeżeli są one równe?

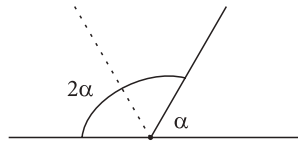


$$180^\circ : 2 = 90^\circ$$

Odp.: Każdy kąt ma 90° , są to 2 kąty proste.

ZADANIE 3

Jeden z kątów przyległych jest dwa razy większy od drugiego. Ile stopni ma każdy z nich?



W 180° mieszczą się 3 takie same kąty

$$\alpha = 180^\circ : 3 = 60^\circ$$

Każdy z nich ma 60° .

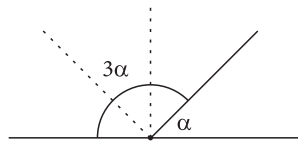
$$60^\circ \cdot 2 = 120^\circ$$

Drugi jest dwa razy większy

Odp.: Jeden kąt ma 60° , a drugi jest dwa razy większy, więc ma 120° .

ZADANIE 4

Jeden z kątów przyległych jest 3 razy większy od drugiego. Ile stopni ma każdy z nich?



$$\alpha = 180^\circ : 4 = 45^\circ$$

W 180° mieszczą się 4 takie same kąty.

$$180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

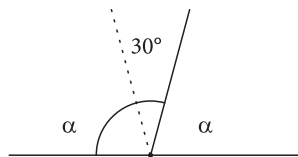
Razem mają 180° .

Odp.: Jeden kąt ma 45° , a drugi 135° .

Pewniak
na teście

ZADANIE 5

Jeden z kątów przyległych jest o 30° większy od drugiego. Ile stopni ma każdy z nich?



$$180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

Kąty przyległe mają razem 180° .

$$150^\circ : 2 = 75^\circ$$

mniejszy kąt

$$75^\circ + 30^\circ = 105^\circ$$

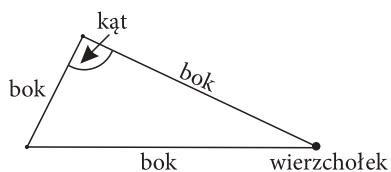
Drugi jest o 30° większy.

Odp.: Jeden kąt ma 75° , a drugi 105° .

ROZDZIAŁ V

WIELOKĄTY, OKRĘGI I KOŁA

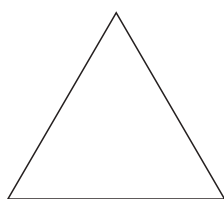
TRÓJKĄTY



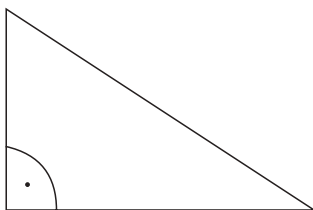
Trójkąt to wielokąt, który ma 3 wierzchołki, 3 boki i 3 kąty.

PODZIAŁ TRÓJKĄTÓW

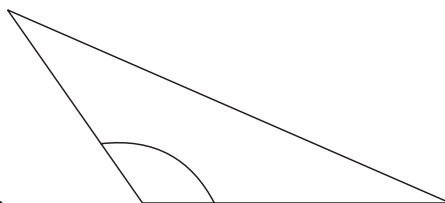
Podział trójkątów ze względu na kąty:



ostrokątny
ma 3 kąty ostre

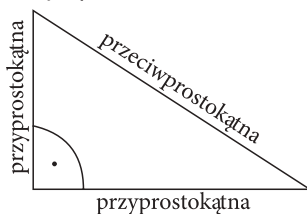


prostokątny
ma 1 kąt prosty



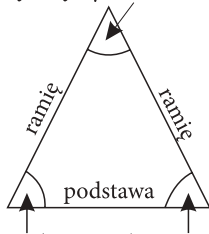
rozwartokątny
ma 1 kąt rozwarty

Nazwy boków w trójkącie prostokątnym:

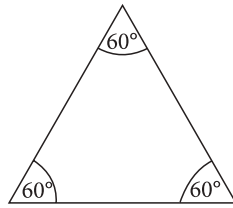
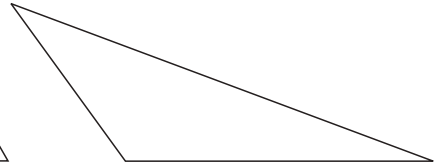


Podział trójkątów ze względu na boki:

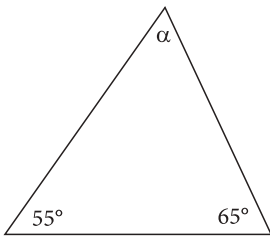
kąt między ramionami



kąt przy podstawie kąt przy podstawie

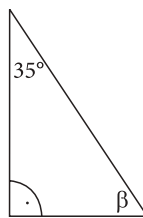
RÓWNORAMIENNYKąty przy podstawie
są równe.Ramiona mają
tę samą długość.**RÓWNOBOCZNY**
Wszystkie boki są równe.
Każdy kąt ma 60° .**RÓŻNOBOCZNY**
Każdy bok ma
inną długość.**SUMA MIAR KĄTÓW WEWNĘTRZNYCH TRÓJKĄTA****PAMIĘTAJ!**Suma miar kątów wewnętrznych każdego trójkąta wynosi 180° .Pewniak
na teście**ZADANIE 1**

Oblicz nieznanne miary kątów w trójkątach:

Suma wszystkich kątów
trójkąta wynosi 180° .

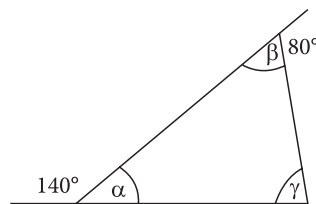
$$\alpha = 180^\circ - 55^\circ - 65^\circ$$

$$\alpha = 60^\circ$$

• (kropką) oznaczamy
kąt prosty.

$$\beta = 180^\circ - 90^\circ - 35^\circ$$

$$\beta = 55^\circ$$



$$\alpha = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

Są to kąty przyległe,
w sumie mają 180° .

$$\beta = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$$

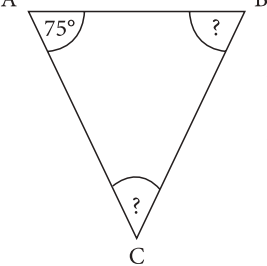
$$\gamma = 180^\circ - 40^\circ - 100^\circ$$

$$\gamma = 40^\circ$$

ZADANIE 2

Poniżej narysowano trójkąty równoramienne. Oblicz miary ich kątów.

a)



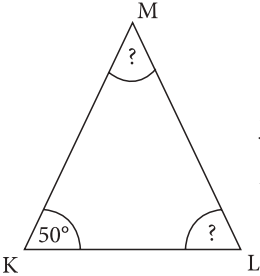
AB – podstawa
 $\sphericalangle ABC = 75^\circ$
 $\sphericalangle ACB = 180^\circ - 75^\circ - 75^\circ = 30^\circ$

Suma kątów w trójkącie wynosi 180° . Kąt między ramionami to kąt przy wierzchołku C.

W trójkącie równoramiennym kąty przy podstawie są równe, czyli kąt przy wierzchołku B jest równy kątowi przy wierzchołku A.

Odp.: Kąty trójkąta to: $\sphericalangle ABC = 75^\circ$, $\sphericalangle ACB = 30^\circ$.

b)



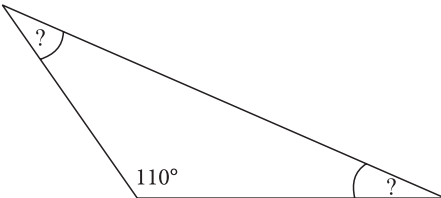
jeden z kątów ma też 50°
 trzeci kąt = $180^\circ - 2 \cdot 50^\circ = 80^\circ$

W trójkącie równoramiennym 2 kąty są równe.

Suma kątów w trójkącie = 180° .

Odp.: Kąty trójkąta to: 50° i 80° .

c)



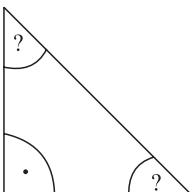
Suma kątów wewnętrznych trójkąta wynosi 180° , więc znany kąt odejmujemy od 180° .

Te dwa niewiadome kąty są równe
 $(180^\circ - 110^\circ) : 2 = 35^\circ$

W trójkącie równoramiennym 2 kąty są równe, więc wynik dzielimy przez 2.

Odp.: Każdy z niewiadomych kątów ma 35° .

d)



Nieznane kąty mają równe miary.
 $(180^\circ - 90^\circ) : 2 = 45^\circ$

W trójkącie równoramiennym 2 kąty są równe.

Odp.: Każdy z nieznanych kątów ma 45° .

ROZDZIAŁ VI

OBLICZENIA PRAKTYCZNE

OBLICZENIA Z JEDNOSTKAMI MASY

Podstawowe jednostki masy to:

$$1 \text{ t} = 1000 \text{ kg}$$

$$1 \text{ kg} = 100 \text{ dag}$$

$$1 \text{ dag} = 10 \text{ g}$$

czytaj: t – tona
kg – kilogram
dag – dekagram
g – gram

Wynika z tego zależność:

$$1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$$

Podobnie jak długości odcinków, masę można podawać w formie wyrażeń dwumianowanych lub ułamków dziesiętnych. W języku potocznym często zamiast masa mówimy waga.

PRZYKŁAD 1



$M_{\text{sól}}$ – czyt.: masa soli

$$M_{\text{sól}} = 1,5 \text{ kg} = 1 \text{ kg } 50 \text{ dag} = 1 \text{ kg } 500 \text{ g} = 1\,500 \text{ g}$$

UWAGA!

Sumując kilka mas, musisz pamiętać, by były wyrażone w jednakowy sposób. Do gramów można dodawać (i odejmować) tylko gramy, do ton tylko tony itd. Jeżeli występujące jednostki są różne, musisz je wcześniej zamienić na jednakowe!

PRZYKŁAD 2

Podaj sumę mas trzech artykułów przedstawionych na rysunku:



Masa każdego z artykułów wyrażona jest inną jednostką. Dwie z nich trzeba zamienić. Decydujemy się wykonać obliczenia w kilogramach:

$$600 \text{ g} = 0,6 \text{ kg},$$

$$80 \text{ dag} = 0,8 \text{ kg},$$

$$1,2 \text{ kg} + 0,8 \text{ kg} + 0,6 \text{ kg} = 2,6 \text{ kg}$$

Ta sama suma mas wyrażona w gramach wynosi:

$$2,6 \text{ kg} = 2\ 600 \text{ g}$$

UWAGA!

Przy określaniu masy możesz spotkać następujące pojęcia:

tara – to masa opakowania (pustego),

netto – to masa towaru (bez opakowania),

brutto – to masa towaru wraz z opakowaniem (razem).

$$\text{netto} + \text{tara} = \text{brutto}$$

PRZYKŁAD 3

Masa **brutto** 3 jednakowych puszek z morelami to 99 dag. Podana na puszcze masa **netto** moreli to 250 g. Ile waży pusta puszka?

Zamieniamy jednostki, tak aby były jednakowe:

$$250 \text{ g} = 25 \text{ dag}$$

Teraz policzymy masę **tara** trzech puszek. Od masy **brutto** należy odjąć masę **netto**:

$$99 \text{ dag} - 3 \cdot 25 \text{ dag} = 99 \text{ dag} - 75 \text{ dag} = 24 \text{ dag} \rightarrow \text{to masa tara 3 puszek.}$$

Dzieląc ten wynik przez liczbę puszek, otrzymujemy masę **tara** jednej pustej puszkki:

$$24 \text{ dag} : 3 = 8 \text{ dag}$$

Masa pustej puszkki wynosi 8 dag.

Pewniak
na teście**ZADANIE 1**

Krzyś kupił w sklepie 3 kostki masła ważące po 250 g, 30 dag cukierków i półtora kilograma jabłek. Zakupy włożył do torby ważące 10 dag. Jaki ciężar Krzyś niósł do domu?

Rozwiązanie:

Odpowiedzi udzielimy w postaci wyrażenia dwumianowanego, używając kilogramów i gramów. Ale do obliczeń wygodnie będzie posługiwać się jedną jednostką, na przykład kilogramami. Dokonujemy więc zamiany:

$$\text{masa masła} = 250 \text{ g} = 0,25 \text{ kg},$$

$$\text{masa cukierków} = 30 \text{ dag} = 0,3 \text{ kg},$$

$$\text{masa torby} = 10 \text{ dag} = 0,1 \text{ kg}.$$

Masy jabłek nie trzeba zamieniać, bo jest wyrażona w kilogramach.

Ponieważ wszystkie masy mają tę samą jednostkę, nie trzeba jej pisać w obliczeniach – wystarczy dopisać ją na końcu działania:

$$3 \cdot 0,25 + 0,3 + 1,5 + 0,1 = 2,65 \text{ kg} = 2 \text{ kg } 65 \text{ dag}$$

Odp.: Krzyś niósł do domu ciężar 2 kg i 65 dag.

ZADANIE 2

Dostawca rozwoził towar do sklepów. Z hurtowni zabrał 1,4 t towaru. W pierwszym sklepie zostawił towar ważący 420 kg. W drugim zostawił pół tony towaru, ale załadował na samochód 12 pojemników z pustymi butelkami, każdy o wadze 5 kg. Ile kilogramów ważył wtedy ładunek na samochodzie?

Rozwiązanie:

Ponieważ odpowiedź trzeba podać w kilogramach, inne jednostki występujące w zadaniu zamienimy na kg:

$$1,4 \text{ t} = 1\,400 \text{ kg},$$

$$0,5 \text{ t} = 500 \text{ kg},$$

$$1\,400 - 420 - 500 + 12 \cdot 5 = 1\,400 - (420 + 500) + 60 = 1\,460 - 920 = 540 \text{ kg}$$

Odp.: Ładunek na samochodzie ważył 540 kg.

ZADANIE 3

Jedną tonę i trzysta kilogramów jabłek rozmieszczono po równo w 52 jednakowych drewnianych skrzyniach, a potem całość zważono. Waga wskazała 1 404 kg. Jaka była masa **netto** jabłek w jednej skrzyni? Jaka jest masa **tara** jednej skrzyni?

Rozwiązanie:

1 404 kg to masa **brutto** wszystkich jabłek,

1 t 300 kg = 1 300 kg to masa **netto** wszystkich jabłek.

Dzieląc masę netto wszystkich jabłek przez liczbę skrzyń, otrzymujemy masę **netto** jabłek w jednej skrzyni:

$$1\ 300\ \text{kg} : 52 = 25\ \text{kg}$$

Odejmując od masy **brutto** masę **netto**, otrzymujemy masę **tara** – w tym przypadku masę 52 pustych skrzyń:

$$1\ 404 - 1\ 300 = 104\ \text{kg}$$

Dzieląc poprzedni wynik przez liczbę skrzyń, otrzymujemy odpowiedź na pytanie postawione w zadaniu:

$$104\ \text{kg} : 52 = 2\ \text{kg}.$$

Odp.: Masa **netto** jabłek w jednej skrzyni to 25 kg. Masa **tara** skrzyni to 2 kg.

OBLICZENIA Z JEDNOSTKAMI CZASU

Podstawowe jednostki czasu to:

1 doba = 24 godziny

1 godzina = 60 minut

1 minuta = 60 sekund

Wynika z tego zależność:

1 godz. = 3 600 sekund

1 doba = 1 440 minut

W powszechnym użyciu są też inne jednostki czasu. Niektóre z nich są zmienne:

1 tydzień = 7 dni (7 dób) – tydzień jest stałą jednostką czasu,

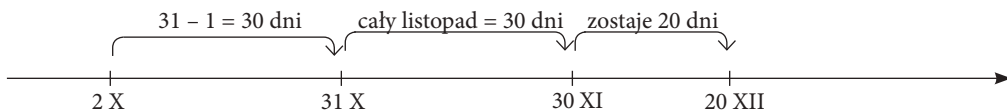
1 miesiąc = 28, 29, 30 lub 31 dni – jak widzisz, miesiąc nie jest jednostką stałą. (Czy wiesz, ile dni liczą poszczególne miesiące? Jeżeli nie – dowiedz się, na przykład poszukaj tej informacji w internecie).

1 kwartał = 3 miesiące – kwartał nie może być jednostką stałą, bo miesiące nie są jednostkami stałymi,

1 rok = 365 lub 366 dni – rok również nie jest jednostką stałą. Rok liczy też 12 miesięcy.

Zarówno w obliczeniach pamięciowych, jak i pisemnych przyzwyczajeni jesteśmy do systemu dziesiętkowego, w którym jednostki rzędu wyższego mają 10, 100 lub 1000 jednostek rzędu niższego. W zadaniach z czasem tak nie jest! Trzeba radzić sobie inaczej.

Przedstawiamy sytuację na osi czasu:



Uwaga! Mimo że data rozpoczęcia wyprawy to 2 października, liczbę dni podróży w tym miesiącu obliczamy: $31 - 1$. Odejmujemy tylko jeden dzień (1 X), bo w dniu 2 X podróż już trwała.

Odp.: Pan Fogg zakończył podróż 20 grudnia 1872 roku.

ZADANIA TEKSTOWE

Pewniak
na teście

ZADANIE 1

Pan Jacek postanowił sprzedać połowę swego zbioru znaczków: 185 znaczków polskich i 217 znaczków zagranicznych. Ile znaczków liczył zbiór pana Jacka?

Rozwiązanie:

$$\begin{array}{r} 185 \\ + 217 \\ \hline 402 \end{array}$$

$$402 \cdot 2 = 804$$

Rozwiązanie możesz zapisać w jednym wyrażeniu:

$$\begin{aligned} (185 + 217) \cdot 2 &= \\ = 402 \cdot 2 &= \\ = 804 & \end{aligned}$$

Obliczamy, ile znaczków sprzedał pan Jacek.

Mnożymy liczbę sprzedanych znaczków przez 2, bo sprzedał tylko połowę.

Z treści zadania wynika zastosowanie nawiasu.

Odp.: Zbiór pana Jacka liczył 804 znaczki.

ZADANIE 2

W hurtowni owoców były trzy gatunki jabłek: I po 15 zł za skrzynkę, II po 14 zł za skrzynkę i III po 11 zł za skrzynkę. Właściciel sklepu kupił 8 skrzynek jabłek I gatunku i 4 skrzynki II gatunku. Ile zapłacił? Ile skrzynek mógłby kupić, gdyby za całą sumę kupił najtańsze jabłka?

Rozwiązanie:

$$8 \cdot 15 = 120$$

$$4 \cdot 14 = 56$$

$$120 + 56 = 176$$

Kwota, którą zapłacił za 8 skrzynek jabłek I gatunku.

Kwota, którą zapłacił za 4 skrzynki jabłek II gatunku.

Kwota, którą zapłacił za wszystkie jabłka.

SZACOWANIE

Szacowanie to określanie wyniku jakiegoś działania w przybliżeniu. Oczywiście staramy się, żeby wynik był jak najdokładniejszy, ale akceptujemy jego niedokładność.

Szacowaniem posługujemy się, gdy nie znamy dokładnych wartości potrzebnych do rozwiązania lub gdy precyzyjny wynik nie jest nam potrzebny.

PRZYKŁAD 1

Kolega powiedział Krzysiovi, że kurs karate trwa 6 miesięcy. Krzysz zapytał ciocię, ile to dni? Ciocia odpowiedziała, że około 180.

Ciocia nie mogła udzielić dokładnej odpowiedzi, ponieważ nie wiedziała, o które miesiące Krzysz pytał. Miesiące mają różne długości: 30 dni, 31 dni, a luty 28 lub 29 dni. Ciocia przyjęła, że przeciętny miesiąc liczy 30 dni. Mnożąc $6 \cdot 30$, oszacowała wynik.

PRZYKŁAD 2

Kasia, mając 160 zł, chce kupić zestawy upominkowe. W sklepie okazało się, że jeden kosztuje 19 zł. Ile zestawów może włożyć do koszyka, aby przy kasie nie zabrakło jej pieniędzy?

Kasia oszacowała, że może włożyć 8 zestawów.

Kasia nie miała czasu na wykonanie dokładnych obliczeń. Musiała polegać na szybkim szacunku. Zauważyła, że cena zestawu jest bliska, ale mniejsza od 20 zł. Dzieląc w pamięci $160 \text{ zł} : 20 \text{ zł} = 8$, oszacowała, że może kupić 8 zestawów upominkowych.

ZADANIE 1

Pewniak
na teście

Rodzice Kamila planują wycieczkę samochodową. Trasa wycieczki liczy 320 km. Tata Kamila zakłada, że pojadą ze średnią prędkością 70 km/h, nie robiąc przerw na odpoczynek. Oszacuj, jak długo będą jechać.

Szacujemy:

Z tabliczki dzielenia wiesz, że liczby sąsiadujące z 320, podzielne przez 70, to 280 i 350. Każdą dzielisz przez 70:

$$280 : 70 = 4$$

$$350 : 70 = 5$$

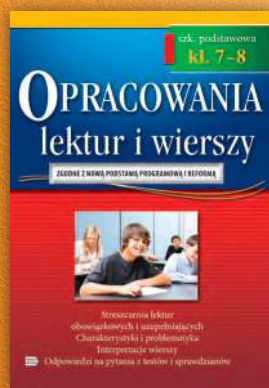
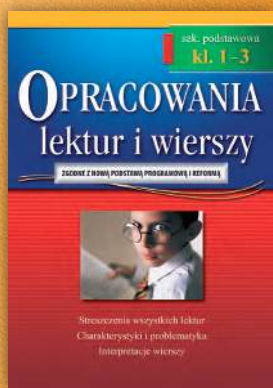
Określenie dokładnego czasu jazdy nie jest możliwe, bo nie można przewidzieć, co wydarzy się w czasie jazdy. Być może konieczna okaże się przerwa w podróży. Ponadto prędkość z pewnością będzie inna od zakładanej.

Odp.: Szacowany czas jazdy zawiera się między 4 a 5 godzinami.



„Ściaga” język polski

zawiera interpretacje i analizy wierszy, dokładne omówienia lektur, definicje terminów literackich. Zgodna z najnowszą podstawą programową!



„Opracowania lektur i wierszy”

zawiera streszczenia lektur obowiązkowych i uzupełniających, interpretacje wierszy omawianych w szkole podstawowej. Opracowane zgodnie z najnowszą podstawą programową!



„Jak pisać”

zawiera omówienia wszystkich najczęstszych form wypracowań, wskazówki, przykłady, ćwiczenia rozwijające umiejętność operowania słowem.

ISBN 978-83-7517-891-3



9 788375 178913 >

wydawnictwo edukacyjne

GREG[®]

Wydawnictwo GREG
ul. Klasztorna 2B • 31-979 Kraków
www.greg.pl