

NOWE

na
100%

REPETYTORIUM

SZKOŁA

PODSTAWOWA

MATEMATYKA

PODSTAWA
PROGRAMOWA
2024-2026

wzory, definicje,
rysunki

**pewniak
na teście**

pewniaki
na test

zadania
z rozwiązaniami

wszystkie
wiadomości

klasy
4-6



G R E G
WYDAWNICTWO EDUKACYJNE



Autor:
Roman Gancarczyk

Wykorzystano materiały:
Grażyny Matachowskiej, Doroty Kożuch,
Bernadetty Szkarłat, Lucyny Butowskiej

Nadzór merytoryczny:
Roman Gancarczyk, Julia Lewicka

Redaktor prowadzący serii:
Agnieszka Antosiewicz

Redakcja i korekta:
Szymon Rój, Karolina Rymut-Kościelniak, Agata Tondera, Maria Zagnińska

ISBN: 978-83-8186-223-3

© Copyright by Wydawnictwo GREG® Sp. z o.o.

Wydawnictwo GREG®
ul. Klasztorna 2B
31-979 Kraków
tel. 12 680 15 50
www.greg.pl

Księgarnia internetowa: www.greg.pl

Znak firmowy GREG® zastrzeżony w Urzędzie Patentowym RP.
Wszystkie prawa zastrzeżone.
Żadna część niniejszej publikacji nie może być reprodukowana
lub przedrukowana bez pisemnej zgody Wydawnictwa GREG®.

Layout i skład:
Pracownia Register

Okładka:
Aleksandra Zimoch
Wykorzystano zdjęcie:
stockfour, Pressmaster / Shutterstock.com

W publikacji wykorzystano ilustracje:
s. 151, 177, 192; Agnt, s. 68; Alona_S, s. 282; AridOcean, s. 33; artoday, s. 92; Betelejze, s. 8, 9, 11, 25, 27, 28, 37, 38, 40, 66, 71, 78, 80, 97, 98, 105, 106, 109, 115, 117, 118, 125, 128, 130, 131, 157, 163, 167, 172, 174, 190, 201, 203, 205, 212, 213, 220, 222, 226, 227, 228, 232, 233, 234, 235, 236, 237, 248, 260, 264, 267, 268, 270, 278, 281, 290; Damir Hajdarbasic, s. 194; Doucefleur, s. 78; Dziewul, s. 14; elenabsl, s. 281; FamVeld, s. 243; Ground Picture, s. 10, 24, 234; imagestockdesign, s. 18; kavalekava, s. 13, 14; KittyVector, s. 209; Marian Weyo, s. 78; Monkey Business Images, s. 175; Mr Aesthetics, s. 281; Natalie Adams, s. 176; Net Vector, s. 281; Nigita, s. 92; Oleg_Mit, s. 13, 14; Ollyy, s. 44; OMfo-tovideocontent, s. 72; Paisit Teeraphatsakool, s. 47; Paper Trident, s. 107; Paul Wishart, s. 223; rawf8, s. 50; Rawpixel.com, s. 302; Robert Brown Stock, s. 144; Roman Samborskiy, s. 183; Sergei Mironenko, s. 286; Sergii Figurnyi, s. 75; SkyPics Studio, s. 25; StepanPopov, s. 31; TabitaZn, s. 123; VectorsMarket, s. 92; Virinaflora, s. 92 / Shutterstock.com

NOWE

na
100%

REPETYTORIUM

SZKOŁA
PODSTAWOWA

MATEMATYKA

klasy
4-6

SPIS TREŚCI

Pewniak
na teście

*W całej książce
pewniaki na teście!*

TEORIA

ZADANIA

LICZBY NATURALNE – W DZIESIĄTKOWYM UKŁADZIE POZYCYJNYM

Informacje o liczbach naturalnych	8	
Zbiór liczb naturalnych	8	
Dziesiątkowy układ pozycyjny zapisywania liczb	9	
Jak odczytać wielką liczbę?	10	11–13
Porównywanie liczb naturalnych	13	15
Zaokrąglanie liczb naturalnych	16	16–17
Rzymski system zapisywania liczb	17	19
Oś liczbowa	20	

DZIAŁANIA NA LICZBACH NATURALNYCH

Dodawanie	24	26
Odejmowanie	26	29–30
Dodawanie i odejmowanie pisemne	31	
Dodawanie pisemne	31	32–34
Odejmowanie pisemne	34	36–37
Mnożenie	37	39
Kwadraty i sześciany liczb	40	41
Mnożenie pisemne przez liczby jednocyfrowe	42	42–43
Mnożenie pisemne przez liczby zakończone zerami	43	44
Mnożenie pisemne przez liczby wielocyfrowe	45	47–48
Dzielenie	48	
Dzielenie z resztą	50	51–52
Dzielenie pisemne przez liczby jednocyfrowe	52	
Dzielenie pisemne przez liczby wielocyfrowe	55	
Kolejność wykonywania działań	59	
Porównywanie różnicowe i ilorazowe	63	
Wielokrotności liczb	64	
Dzielniki liczb	65	
Cechy podzielności liczb	67	70
NWD i NWW	71	71
Szacowanie		71
Zadania tekstowe		73

LICZBY CAŁKOWITE

Liczby całkowite	78	
Liczby całkowite na osi liczbowej	79	
Liczby przeciwne	79	
Wartość bezwzględna liczby	80	
Dodawanie i odejmowanie liczb całkowitych	81	81–82
Mnożenie i dzielenie liczb całkowitych	84	85–87

SPIS TREŚCI

Pewniak
na teście

*W całej książce
pewniaki na teście!*

TEORIA

ZADANIA

UŁAMKI ZWYKŁE

Ułamek jako część całości	90	91–93
Ułamki zwykłe na osi liczbowej	94	95–96
Ułamek jako iloraz dwóch liczb	96	96–97
Skracanie i rozszerzanie ułamków	97	98–104
Sprowadzanie ułamków do wspólnego mianownika	104	
Porównywanie ułamków	105	106–107
Ułamki niewłaściwe i liczby mieszane	107	110–114
Dodawanie ułamków zwykłych	114	116–118
Dodawanie ułamków o różnych mianownikach	118	119–120
Odejmowanie ułamków zwykłych	120	122–124
Odejmowanie ułamków o różnych mianownikach	125	125–126
Mnożenie ułamków	127	127–130
Kwadraty i sześciiany ułamków zwykłych	130	
Dzielenie ułamków	131	133
Działania na ułamkach zwykłych	134	134–136

UŁAMKI DZIESIĘTNE

Zapisywanie ułamków dziesiętnych	138	139–141
Ułamki dziesiętne na osi liczbowej	142	143
Porównywanie ułamków dziesiętnych	143	144–145
Zapisywanie wyrażeń dwumianowanych (miara, waga, cena)	145	148–149
Dodawanie ułamków dziesiętnych	150	151
Odejmowanie ułamków dziesiętnych	152	153
Mnożenie i dzielenie ułamków dziesiętnych przez 10, 100, 1000 itd.	154	154–155
Mnożenie ułamków dziesiętnych	155	156
Kwadraty i sześciiany ułamków dziesiętnych	157	
Dzielenie ułamków dziesiętnych	157	158–161
Zamiana ułamków zwykłych na dziesiętne oraz dziesiętnych na zwykłe	162	168–171
Obliczanie ułamka danej liczby	172	172–173
Obliczanie liczby na podstawie jej ułamka	174	174–175
Zadania tekstowe	176	176–179
Liczby wymierne	179	
Działania na liczbach wymiernych	180	180–187

ELEMENTY ALGEBRY

Wyrażenia algebraiczne	190	
Zapisywanie wyrażeń algebraicznych	191	192–195
Obliczanie wartości liczbowych wyrażeń algebraicznych	196	196–198

SPIS TREŚCI

Pewniak
na teście

*W całej książce
pewniaki na teście!*

TEORIA

ZADANIA

PROSTE I ODCINKI

Punkt, prosta, odcinek	200	203
Wzajemne położenie prostych	204	
Wzajemne położenie odcinków	204	
Półprosta	205	
Rysowanie odcinków prostopadłych i odcinków równoległych	206	208–209

KĄTY

Informacje o kątach	212	
Mierzenie kątów	213	
Rysowanie kątów	214	215
Rodzaje kątów	216	217–218
Porównywanie kątów	219	219
Kąty przyległe	220	220–222
Kąty wierzchołkowe	222	223

WIELOKĄTY, OKRĘGI I KOŁA

Trójkąty	226	
Podział trójkątów	226	
Suma miar kątów wewnętrznych trójkąta	228	228–231
Wysokość trójkąta	232	
Czworokąty	233	
Trapezy	233	
Równoległoboki	234	
Prostokąt	235	
Romb	235	
Kwadrat	236	
Jednostki długości	236	
Obwody wielokątów	237	
Obwód trójkąta	237	238–239
Obwód prostokąta i kwadratu	239	242–244
Obwód trapezu, równoległoboku i rombu	244	245–246
Pola figur	247	
Wzory na pola figur	247	
Jednostki pola powierzchni	248	248–249
Zastosowanie wzorów na pola figur	249	249–256
Pole wielokąta	256	258–259
Okręgi i koła	260	

SPIS TREŚCI

Pewniak
na teście

*W całej książce
pewniaki na teście!*

TEORIA

ZADANIA

BRYŁY

Bryły	264	
Siatki graniastopów i ostrosłupów	266	
Prostopadłościan i sześcián	267	269–270
Pole powierzchni i objętość prostopadłościanów	270	272–276

OBLICZENIA PRAKTYCZNE

Obliczenia procentowe	278	279–280
Skala	281	282–284
Prędkość, droga, czas	285	285–287

ELEMENTY STATYSTYKI OPISOWEJ

Statystyka opisowa	290	
Rodzaje diagramów i ich odczytywanie	290	
Działania na danych statystycznych w praktyce	294	299–302



UWAGA!

Pewniak
na teście

Wskazuje na zadania takiego typu, jaki może pojawić się na teście lub sprawdzianie.

Informacje o liczbach naturalnych

Liczby naturalne poznałeś już w klasach 1–3. Nazywają się naturalnymi, bo opisują wielkości występujące w przyrodzie, czyli w naturze.

Jeżeli rozejrzysz się dookoła, to zauważysz drzewa rosnące za oknem lub mijane po drodze. Ile ich jest? Masz w domu jakieś zwierzęta albo znasz kogoś, kto je ma? Ile? Ile rzek przepływa przez twoją miejscowość? Liczby, których użyłeś, odpowiadając na te pytania, to właśnie liczby naturalne.

Zbiór liczb naturalnych

Najmniejszą liczbą naturalną jest 0. Liczby największej nie potrafimy podać, ponieważ liczb jest nieskończenie wiele.

Przykładami liczb naturalnych są: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, ..., 68, ..., 702, ..., 2 890 itd.

W zbiorze liczb naturalnych wyróżniamy **liczby parzyste** i **liczby nieparzyste**.



ZAPAMIĘTAJ

Liczby parzyste to takie liczby, które są podzielne przez 2, zatem **liczby nieparzyste** to te, które nie są podzielne przez 2. 0 jest liczbą parzystą.

W zbiorze liczb naturalnych wyróżniamy także **liczby pierwsze** i **liczby złożone**.



ZAPAMIĘTAJ

Liczby pierwsze to takie liczby naturalne, które mają tylko dwa dzielniki: 1 i samą siebie. Najmniejszą liczbą pierwszą jest 2, kolejne to: 3, 5, 7, 11, 13...

Liczba złożona to taka liczba naturalna, która posiada więcej niż dwa różne dzielniki i skończoną ich ilość.



UWAGA!

Liczby 0 i 1 nie są ani złożone, ani pierwsze, ponieważ 0 ma nieskończenie wiele dzielników, a 1 ma tylko jeden dzielnik (samą siebie).

Dziesiątkowy układ pozycyjny zapisywania liczb

10 jedności	to 1 dziesiątka
10 dziesiątek	to 1 setka
10 setek	to 1 tysiąc
10 tysięcy	to 1 dziesiątka tysięcy
10 dziesiątek tysięcy	to 1 setka tysięcy
10 setek tysięcy	to 1 milion



ZAPAMIĘTAJ

Dziesięć jednostek rzędu niższego tworzy jedną jednostkę rzędu następującego po nim, czyli wyższego. Taki system określa się nazwą **dziesiątkowy**.

Np.:

$$1 \text{ [jednostka]} + 3 \text{ [jednostki]} = 4 \text{ [jednostki]}$$

$$4 \text{ [jednostki]} + 6 \text{ [jednostek]} = 10 \text{ [dziesięć jednostek, czyli jedna dziesiątka (jednostka rzędu wyższego)]}$$

$$4 \text{ [jednostki]} + 7 \text{ [jednostek]} = 11 \text{ [jedenaście, czyli jedna dziesiątka (jednostka rzędu wyższego) + jedna jednostka (rzędu niższego)]}$$

Liczby zapisujemy za pomocą dziesięciu cyfr (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) w **systemie pozycyjnym**, czyli znaczenie cyfry w liczbie zależy od jej położenia. Im bardziej w prawo znajduje się dana cyfra, do tym niższego rzędu należy.

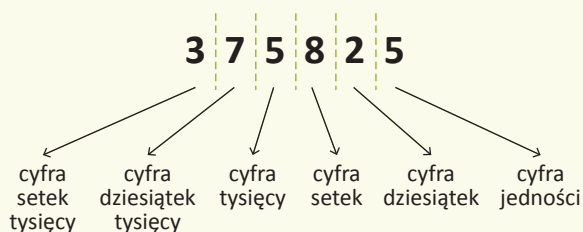
Porównaj przykłady liczby dwucyfrowej złożonej z cyfr 2 i 5.

Masz dwie możliwości: 25 i 52. W obu liczbach cyfra 2 raz jest cyfrą jedności (2 jedności), raz cyfrą dziesiątek (2 dziesiątki).

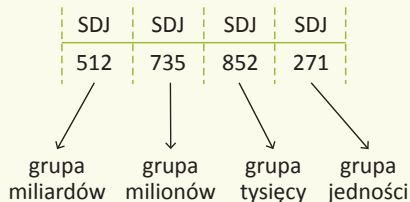
25	52
↓	↓
cyfra dziesiątek	cyfra jedności

$$52 > 25$$

Przypomnę jeszcze raz nazwy cyfr w zapisie liczby (czytamy od strony prawej – od najniższego rzędu do najwyższego).



Jeżeli **zaczynając od strony prawej**, podzielisz liczbę na trzycyfrowe grupy, to grupy te mają następujące nazwy:



W każdej grupie jest (od prawej) cyfra jedności (J), cyfra dziesiątek (D) i cyfra setek (S). To znacznie ułatwia czytanie i zapisywanie dużych liczb.

Ta olbrzymia liczba przedstawiona w tabelce po prawej stronie to:
512 miliardów 735 milionów 852 tysiące 271.

Jak odczytać wielką liczbę?

Aby poprawnie odczytać liczby, postępuj tak:

- 1) podziel na grupy po trzy cyfry (zaczynając od końca liczby),
- 2) określ nazwę najwyższej grupy,
- 3) ustal, czy w tej grupie jest cyfra S, D, czy J,
- 4) czytaj od lewej strony „trójkami”, po każdej grupie dodając jej nazwę.

PRZYKŁAD 1

113 | 820

Czytamy: sto trzynaście **tysięcy** osiemset dwadzieścia.

Od lewej: grupa tysięcy: 113 tysięcy,
grupa jedności: 820.

17 | 013 | 072

Czytamy: siedemnaście **milionów** trzynaście **tysięcy** siedemdziesiąt dwa.

Najwyższa grupa to miliony (17 mln),
następnie grupa tysięcy (13 tys.) i grupa
jedności (72).

200 | 100 | 300

Czytamy: dwieście **milionów** sto **tysięcy** trzysta.

Najwyższa grupa to grupa milionów
(200 mln).
Następnie: grupa tysięcy (100 tys.),
grupa jedności (300).

1 | 372 | 520 | 003

Czytamy: jeden **miliard** trzysta siedemdziesiąt
dwa **miliony** pięćset dwadzieścia **tysięcy** trzy.

Najwyższa grupa to miliardy (1 mld).
Następnie: grupa milionów (372 mln),
grupa tysięcy (520 tys.),
grupa jedności (3).

Odczytanie liczb ułatwia zapisywanie ich z odstępami po każdej grupie.

PRZYKŁAD 2

5832	lepiej zapisz	5 832
283572	lepiej zapisz	283 572
3854000	lepiej zapisz	3 854 000

Nie wolno stawiać kropek ani przecinków.



A decorative graphic featuring several colorful paper clips (blue, yellow, pink) and horizontal bars (yellow, blue, pink) arranged in a scattered, overlapping pattern. The central focus is a large, light yellow rounded rectangle with a green shadow, containing the text 'UŁAMKI ZWYKŁE'.

UŁAMKI ZWYKŁE

Ułamek jako część całości

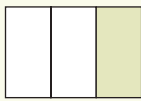
Ułamki zwykłe są zapisem wielkości będących częścią jednostki (całości).

Pewniak na teście

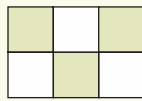
PRZYKŁAD 1



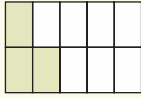
$\frac{1}{2}$ czytamy: jedna druga



$\frac{1}{3}$ czytamy: jedna trzecia



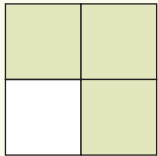
$\frac{3}{6}$ czytamy: trzy szóste



$\frac{3}{10}$ czytamy: trzy dziesiąte



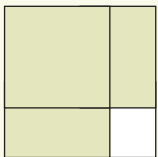
$\frac{5}{8}$ czytamy: pięć ósmych



3 ← licznik
— ← kreska ułamkowa
4 ← mianownik

czytamy: trzy czwarte

mianownik 4 – ponieważ podzielono kwadrat na 4 **równe** części
 licznik 3 – ponieważ 3 części zostały zamalowane



UWAGA: Ten rysunek nie ilustruje ułamka $\frac{3}{4}$, ponieważ 4 części, na które podzielono kwadrat, **nie są równe**.

UWAGA!

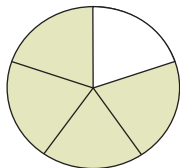
Licznik może być dowolną liczbą naturalną, natomiast **mianownik musi być liczbą różną od zera.**



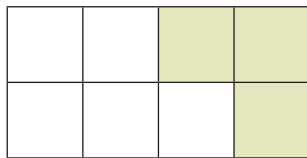
TAKI UŁAMEK NIE ISTNIEJE!

Zapisz za pomocą ułamka zwykłego, jaka część figury została zamalowana.

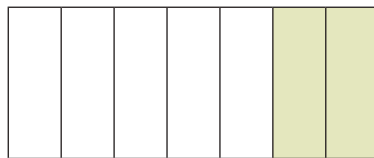
a)



b)



c)



Rozwiązanie:

Najpierw musisz przeliczyć, na ile części figura jest podzielona ogółem, a potem policzyć zamalowane części.

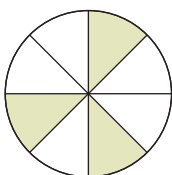
a) 5 części, 4 zamalowane: $\frac{4}{5}$

b) 8 części, 3 zamalowane: $\frac{3}{8}$

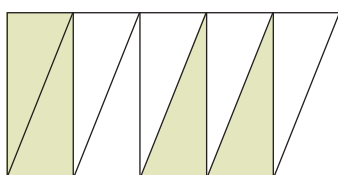
c) 7 części, 2 zamalowane: $\frac{2}{7}$

Zapisz, jakie części figur zostały zamalowane.

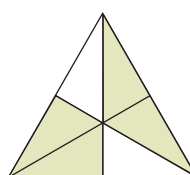
a)



b)



c)



Rozwiązanie:

Rozwiązujemy tak samo, jak poprzednie zadanie.

a) 8 części, 3 zamalowane: $\frac{3}{8}$

b) 10 części, 4 zamalowane: $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

c) 6 części, 4 zamalowane: $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Zapisz w postaci ułamka

a) Jaką częścią wszystkich owoców są banany?



a) Jaką częścią wszystkich ptaków są papugi?



Rozwiązanie:

a) Policz wszystkie owoce: 13.

Policz banany: 6.

Banany to $\frac{6}{13}$ wszystkich owoców.

b) Policz wszystkie ptaki: 12.

Policz papugi: 4.

Papugi to $\frac{4}{12}$ wszystkich ptaków.

Księgozbiór Oli liczy 72 książki. Wśród nich znajdują się 24 książki historyczne i 32 powieści fantastyczne, a resztę stanowią powieści przygodowe. Jutro na urodziny Ola dostanie trzy książki przygodowe. Jaką część wszystkich książek będą wówczas stanowić książki przygodowe?

Rozwiązanie:

$$\text{książki historyczne: } \frac{24}{72}$$

$$\text{książki fantastyczne: } \frac{32}{72}$$

$$24 + 32 = 56 \quad 72 - 56 = 16$$

$$\text{książki przygodowe: } \frac{16}{72}$$

$$16 + 3 = 19$$

$$72 + 3 = 75$$

$$\frac{19}{75}$$



Nowa liczba książek przygodowych.

Nowa liczba wszystkich książek.

Taką część wszystkich książek stanowią książki przygodowe.

Odp.: Razem z prezentem urodzinowym Ola ma już 75 książek, w tym książki przygodowe to

$\frac{19}{75}$ tej liczby.



ELEMENTY ALGEBRY

Wyrażenia algebraiczne

ZAPAMIĘTAJ

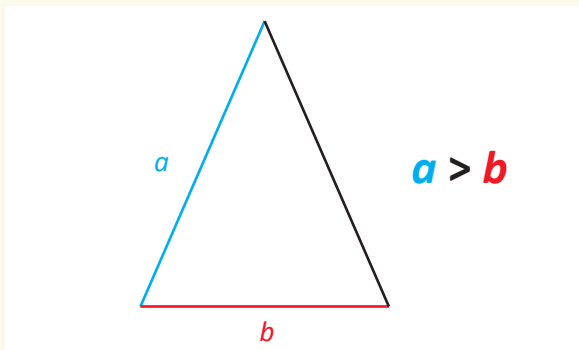
Algebra – dział matematyki, w którym oprócz liczb zapisanych cyframi pojawiają się liczby zapisane literami.

Liczbę w matematyce zapisujemy za pomocą litery, gdy:

- nie ma ona stałej wartości (jej wartość liczbową jest zmienna) – literę wyrażającą taką wartość nazywamy **zmienną**,
- ma stałą wartość, ale jej nie znamy – literę wyrażającą taką wartość nazywamy **niewiadomą**.

Zapisy algebraiczne są bardzo przydatne w matematyce.

Za pomocą zmiennych można np. zapisać różne reguły matematyczne, które zawsze działają, obojętne jakie liczby wstawimy – jak **wzory** na obliczanie różnych danych, albo za ich pomocą można **oznaczyć na rysunkach różne wartości**. Łatwo to zrozumieć na przykładach:



Nie wiadomo, jakie długości mają boki tej figury, ale widać gołym okiem, że niebieski bok jest dłuższy niż czerwony. Jak to zapisać, skoro nie wiesz, jakich liczb użyć? W takiej sytuacji trzeba użyć liter.

Inny przykład – przemienność mnożenia. Tę regułę możesz zapisać tak:

$$a \cdot b = c$$

$$b \cdot a = c$$

Obojętne, jakie liczby podstawisz pod a i b i jaki będzie ich iloczyn (czyli c), reguła zawsze będzie działać.

Niewiadome przydają się, gdy w zadaniu mamy **policzyć jakąś wartość, której nie znamy**. Takie zadania znasz z młodszych klas szkoły, kiedy uzupełniałeś grafy, np.:

$$5 + \bigcirc = 7 \rightarrow \text{trzeba policzyć, jaka liczba powinna być w kółku}$$

A teraz zamieniamy kółko na zapis literowy:

$$5 + x = 7 \rightarrow \text{trzeba policzyć } x$$

Tak wygląda **zadanie z niewiadomą** – x ma stałą wartość, ale trzeba ją dopiero policzyć.

Poniżej zapisane są różne przykłady zapisów algebraicznych z niewiadomymi, które mają stałą wartość i można ją policzyć.

$$x + 17 = 65$$

$$56 - x = 43$$

$$17 + 3x = 21$$

$$5x - 41 = 59$$

Zapisywanie wyrażeń algebraicznych

PRZYKŁAD 1

Liczbę róż w pewnej kwiaciarni oznaczmy literą x .

x – liczba róż

lilii jest o 5 więcej

„O 5 więcej” oznacza dodawanie.

$$x + 5$$

goździków jest 7 razy więcej

„7 razy więcej” oznacza mnożenie.

$$7 \cdot x = 7x$$

Jeżeli mnożymy liczbę przez literę, znak „ \cdot ” opuszczamy.

storczyki stanowią $\frac{1}{4}$ róż

Oznacza to $\frac{1}{4}$ z ilości róż.

$$\frac{1}{4} \cdot x = \frac{1}{4}x$$

gerber jest 8 razy mniej

„8 razy mniej” oznacza dzielenie.

$$x : 8 = \frac{x}{8} = \frac{1}{8}x$$

Znak dzielenia zamieniamy na kreskę ułamkową.
Dzielenie zamieniamy na mnożenie przez odwrotność drugiej liczby.

PRZYKŁAD 2

Liczbę drzew liściastych w pewnym lesie oznaczmy literą k , a liczbę drzew iglastych literą l :
ile jest wszystkich drzew w lesie?

$$k + l$$

Sumujemy liczbę drzew liściastych z liczbą drzew iglastych.

dęby stanowią $\frac{1}{6}$ drzew liściastych. Ile jest dębów?

$$\frac{1}{6}k$$

Obliczamy $\frac{1}{6}$ z k , czyli mnożymy.
Opuszczamy znak mnożenia, bo jest między liczbą a literą.

sosen jest 9 razy mniej niż wszystkich drzew

$$k + l$$

$$\frac{k + l}{9} =$$

$$= (k + l) \cdot \frac{1}{9} =$$

$$= \frac{1}{9}(k + l)$$

Liczba wszystkich drzew

„Razy mniej” oznacza dzielenie.

Nawias jest niezbędny, aby mnożenie dotyczyło obu zmiennych.

Liczbę piszemy przed literami.

drzew liściastych jest więcej niż iglastych. O ile więcej?

$$k - l$$

Obliczamy „o ile więcej”, czyli odejmujemy.

To są przykłady wyrażeń algebraicznych. Występują tu liczby, litery i znaki działań.

ZADANIE 1

Towar waży (waga netto) 5 kg, opakowanie (tara) waży m kg. Ile waży towar wraz z opakowaniem (brutto)?

$$5 + m$$

Dodajemy wagę towaru i jego opakowania.

Odp.: Towar wraz z opakowaniem (brutto) waży $5 + m$ kg.

ZADANIE 2

1 kg cukru kosztuje 2,10 zł. Ile trzeba zapłacić za b kg?

$$1 \cdot 2,10 \text{ zł}$$

$$2 \cdot 2,10 \text{ zł}$$

$$5 \cdot 2,10 \text{ zł}$$

$$b \cdot 2,10 \text{ zł} =$$

$$= 2,10b$$

Tyle trzeba zapłacić za 1 kg.

Tyle trzeba zapłacić za 2 kg.

Tyle zapłacimy za 5 kg.

Tyle zapłacimy za b kg.

Najpierw piszemy liczbę, potem literę, znak mnożenia pomijamy.

Odp.: Za b kg cukru trzeba zapłacić $2,10b$ zł.





PROSTE I ODCINKI

Punkt, prosta, odcinek

Podstawowe figury, jakimi posługujemy się w matematyce, to prosta, punkt i odcinek.

• A



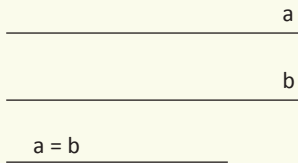
Pewniak na teście

Najmniejszą figurą geometryczną jest punkt. Punkty oznaczamy dużymi literami alfabetu.

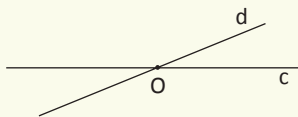
Proste oznaczamy małymi literami.



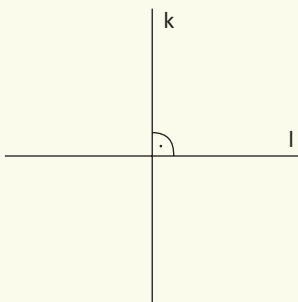
\overline{AB} – odcinek – składa się z punktów A i B (są to końce odcinka) oraz ze wszystkich punktów leżących na linii prostej zawartych między punktami A i B.



Są to proste **równoległe** – nie mają punktów wspólnych lub mają wszystkie punkty wspólne (pokrywają się).



Proste przecinające się – mają 1 punkt wspólny. Mogą się przecinać pod dowolnym kątem.



Jeżeli proste przecinają się pod kątem prostym, są to proste **prostopadłe**.

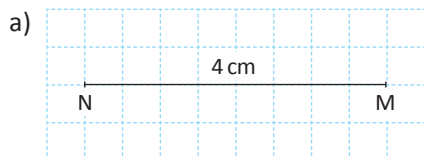
ZAPAMIĘTAJ

Łamana otwarta to figura utworzona z odcinków połączonych końcami w taki sposób, że żadne kolejne dwa odcinki nie leżą na jednej prostej, a pierwszy i ostatni odcinek nie łączą się.

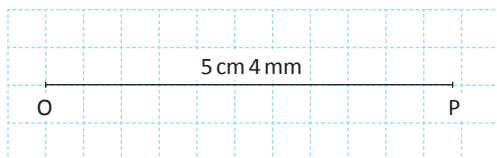
Łamana zamknięta to figura utworzona z odcinków połączonych końcami w taki sposób, że żadne kolejne dwa odcinki nie leżą na jednej prostej, a pierwszy i ostatni odcinek łączą się końcami.

Pewniak
na teście**ZADANIE 1**

- a) Narysuj odcinek NM o długości 4 cm i oznacz jego końce.
b) Narysuj odcinek OP o 1 cm 4 mm dłuższy od odcinka NM.

Rozwiązanie:

- b) $4 \text{ cm} + 1 \text{ cm } 4 \text{ mm} = 5 \text{ cm } 4 \text{ mm}$

Pewniak
na teście**ZADANIE 2**

Odcinek o długości 25 cali skrócono pięciokrotnie, a następnie powstały odcinek skrócono o 2 cale. Jaką długość ma otrzymany odcinek? Odpowiedź podaj w calach oraz w milimetrach. Przyjmij, że 1 cal = 25 mm. Narysuj ten odcinek.

Rozwiązanie:

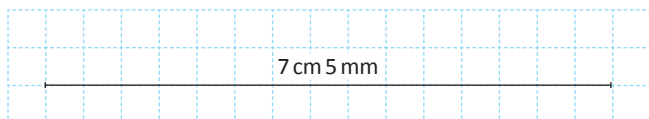
$$25 : 5 = 5 \text{ cali}$$

$$5 - 2 = 3 \text{ cale}$$

$$1 \text{ cal} = 25 \text{ mm}$$

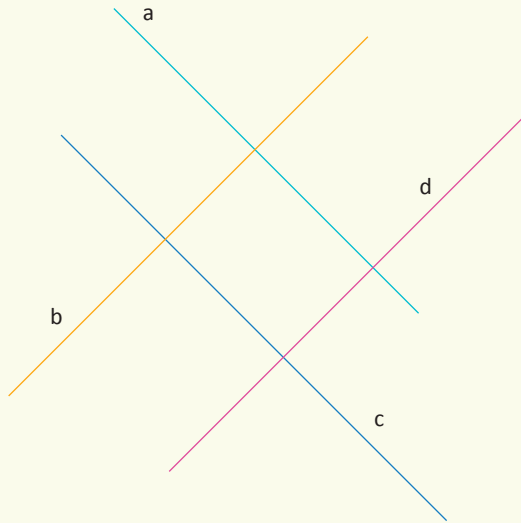
$$3 \cdot 25 \text{ mm} = 75 \text{ mm} = 7 \text{ cm } 5 \text{ mm}$$

„Skrócić pięciokrotnie” oznacza podzielić przez 5.



Wzajemne położenie prostych

Rysunek przedstawia cztery **proste**: a, b, c, d. Wzajemne położenie kilku z nich opisane jest w następujący sposób:



$a \perp b$ czytamy: prosta **a** jest prostopadła do prostej **b**.

$a \parallel c$ czytamy: prosta **a** jest równoległa do prostej **c**.

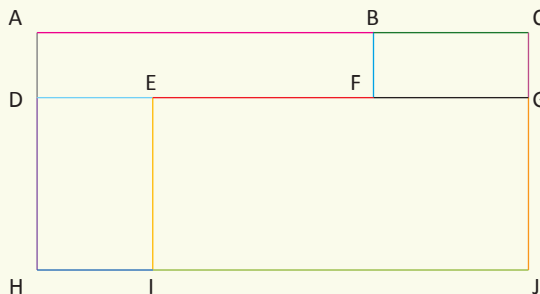
$$\begin{aligned} a &\perp b, \\ a &\parallel c, \\ b &\perp c. \end{aligned}$$

Analiza rysunku i opisu pozwala zauważyć, że $c \perp d$.

Wzajemne położenie odcinków

Podobnie można opisać wzajemne położenie odcinków.

PRZYKŁAD 1



Dane:

$AC \parallel DG \parallel HJ$ i $EI \parallel BF \parallel CJ$

$AH \perp HJ$ i $EG \perp EI$



**OBLICZENIA
PRAKTYCZNE**

Obliczenia procentowe



ZAPAMIĘTAJ

Procent to ułamek o mianowniku 100, używany do określenia części jakiejś wielkości. Gdy mówimy 100%, mamy na myśli całość tej wielkości, gdy mówimy 50%, mamy na myśli jej połowę.

PRZYKŁAD

1

Frekwencja w klasie VI a wynosi dziś 100%.

100% to $\frac{100}{100}$ liczby uczniów, a więc wszyscy uczniowie są obecni.

50% uczniów VI a stanowią dziewczynki.

50% to $\frac{50}{100}$ liczby uczniów, a więc połowa uczniów to dziewczynki.

Rozszerzając umiejętność posługiwania się procentami, musisz wiedzieć, że 1% liczby to jej $\frac{1}{100}$, można zapisywać też: 1% liczby to jej 0,01. Odpowiednio:

50% liczby to $\frac{50^1}{100_2} = \frac{1}{2} = 0,5$ tej liczby, czyli jej **połowa**,

25% liczby to $\frac{25^1}{100_4} = \frac{1}{4} = 0,25$ tej liczby, czyli jej **ćwierć**,

20% liczby to $\frac{20^1}{100_5} = \frac{1}{5} = 0,2$ tej liczby, czyli jej jedna piąta,

10% liczby to $\frac{10^1}{100_{10}} = \frac{1}{10} = 0,1$ tej liczby, czyli jej jedna dziesiąta.

Obliczanie procentu danej liczby wykonuje się tak samo, jak obliczanie ułamka danej liczby: mnożymy liczbę przez procent zamieniony na ułamek jak wyżej.

ZADANIE 1

Oblicz 50% liczby 420.

Rozwiązanie:

$$420 \cdot 50\% = 420 \cdot 0,5 = 210$$

Odp.: 50% liczby 420 to 210.

Lub wiedząc, że 50% to połowa, można podzielić liczbę 420 przez 2.

ZADANIE 2

Oblicz 20% liczby 1 500.

Rozwiązanie:

$$1\ 500 \cdot 20\% = 1\ 500 \cdot 0,2 = 300$$

Odp.: 20% liczby 1 500 to 300.

Lub wiedząc, że 20% to jedna piąta, dzielimy 1 500 przez 5.

ZADANIE 3

Oblicz 10% liczby 41 320.

Rozwiązanie:

$$41\ 320 \cdot 10\% = 41\ 320 \cdot 0,1 = 4\ 132$$

Odp.: 10% liczby 41 320 to 4 132.

Lub wiedząc, że 10% to jedna dziesiąta, dzielimy 41 320 przez 10.

ZADANIE 4

Oblicz 25% liczby 12 000.

Rozwiązanie:

$$12\ 000 \cdot 25\% = 12\ 000 \cdot 0,25 = 3\ 000$$

Odp.: 25% liczby 12 000 to 3 000.

Lub wiedząc, że 25% to jedna czwarta (ćwierć), dzielimy 12 000 przez 4.

ZADANIE 5

Państwo Kowalscy kupili na raty meble o wartości 6 000 zł. Pierwsza rata wyniosła 25% wartości mebli, druga 20%, a pozostałą kwotę spłacili w trzech równych ratach. Jaka była wysokość ostatniej raty?

$$6\ 000\ \text{zł} \cdot 25\% = 6\ 000\ \text{zł} \cdot 0,25 = 1\ 500\ \text{zł}$$

$$6\ 000\ \text{zł} \cdot 20\% = 6\ 000\ \text{zł} \cdot 0,2 = 1\ 200\ \text{zł}$$

$$6\ 000\ \text{zł} - 1\ 500\ \text{zł} - 1\ 200\ \text{zł} = 3\ 300\ \text{zł}$$

$$3\ 300\ \text{zł} : 3 = 1\ 100\ \text{zł}$$

Odp.: Ostatnia rata wyniosła 1 100 zł.

Obliczamy wysokość I raty.

Obliczamy wysokość II raty.

Obliczamy kwotę do spłaty w kolejnych trzech ratach.

Obliczamy wysokość trzech ostatnich rat. Ostatnia rata wynosiła 1 100 zł.

ZADANIE 6

Karol miał przekazać rodzicom pewną informację od dziadków. Ale po powrocie do domu nie był pewny, czy dobrze zapamiętał jej treść. Czy miała brzmieć: 20% z 50 kg, czy: 50% z 20 kg? Sprawdź, jak duża byłaby pomyłka, gdyby Karol rzeczywiście przekręcił informację dziadków. Uzasadnij odpowiedź.

$$50 \text{ kg} \cdot 20\% = 50 \text{ kg} \cdot 0,2 = 10 \text{ kg}$$

Obliczamy taką wersję informacji.

$$20 \text{ kg} \cdot 50\% = 20 \text{ kg} \cdot 0,5 = 10 \text{ kg}$$

Obliczamy drugą wersję informacji.

Odp.: Okazuje się, że nieuwaga Karola pozostanie bez konsekwencji – wyniki są jednakowe. Jest tak dlatego, że w rozwiązaniu wykorzystujemy iloczyn tych samych czynników, a mnożenie jest przemienne.

ZADANIE 7

A. Pierwotna cena pewnego towaru wzrosła ze 150 zł o 20%, a po miesiącu zmalała o 20%. Czy po obniżce cena towaru wróciła do pierwotnej wartości? Uzasadnij odpowiedź.

B. Pierwotna cena towaru wzrosła z 500 zł o 10%, by po miesiącu ponownie wzrosnąć o 10%. Czy łączna podwyżka towaru wyniosła 20% jego pierwotnej ceny? Uzasadnij odpowiedź.

A.

$$150 \text{ zł} \cdot 20\% = 150 \text{ zł} \cdot 0,2 = 30 \text{ zł}$$

Obliczamy wysokość podwyżki ceny.

$$150 \text{ zł} + 30 \text{ zł} = 180 \text{ zł}$$

Obliczamy cenę po podwyżce.

$$180 \text{ zł} \cdot 20\% = 180 \text{ zł} \cdot 0,2 = 36 \text{ zł}$$

Obliczamy wysokość obniżki ceny.

$$180 \text{ zł} - 36 \text{ zł} = 144 \text{ zł}$$

Obliczamy cenę po obniżce.

B.

$$500 \text{ zł} \cdot 10\% = 500 \text{ zł} \cdot 0,1 = 50 \text{ zł}$$

Obliczamy wysokość I podwyżki ceny.

$$500 \text{ zł} + 50 \text{ zł} = 550 \text{ zł}$$

Obliczamy cenę po I podwyżce.

$$550 \text{ zł} \cdot 10\% = 550 \text{ zł} \cdot 0,1 = 55 \text{ zł}$$

Obliczamy wysokość II podwyżki ceny.

$$550 \text{ zł} + 55 \text{ zł} = 605 \text{ zł}$$

Obliczamy cenę po II podwyżce.

$$500 \text{ zł} \cdot 20\% = 500 \text{ zł} \cdot 0,2 = 100 \text{ zł}$$

Obliczamy wysokość jednorazowej podwyżki o 20%.

$$500 \text{ zł} + 100 \text{ zł} = 600 \text{ zł}$$

Obliczamy cenę po jednorazowej podwyżce o 20%.

$$600 \text{ zł} < 605 \text{ zł}$$

Porównujemy ceny obu sytuacji.

Odp.: W obu przypadkach odpowiedź brzmi: NIE. Dlatego, że w każdym przykładzie drugie działanie z procentami dotyczyło już zmienionej ceny, a nie jej wysokości przed zmianą.

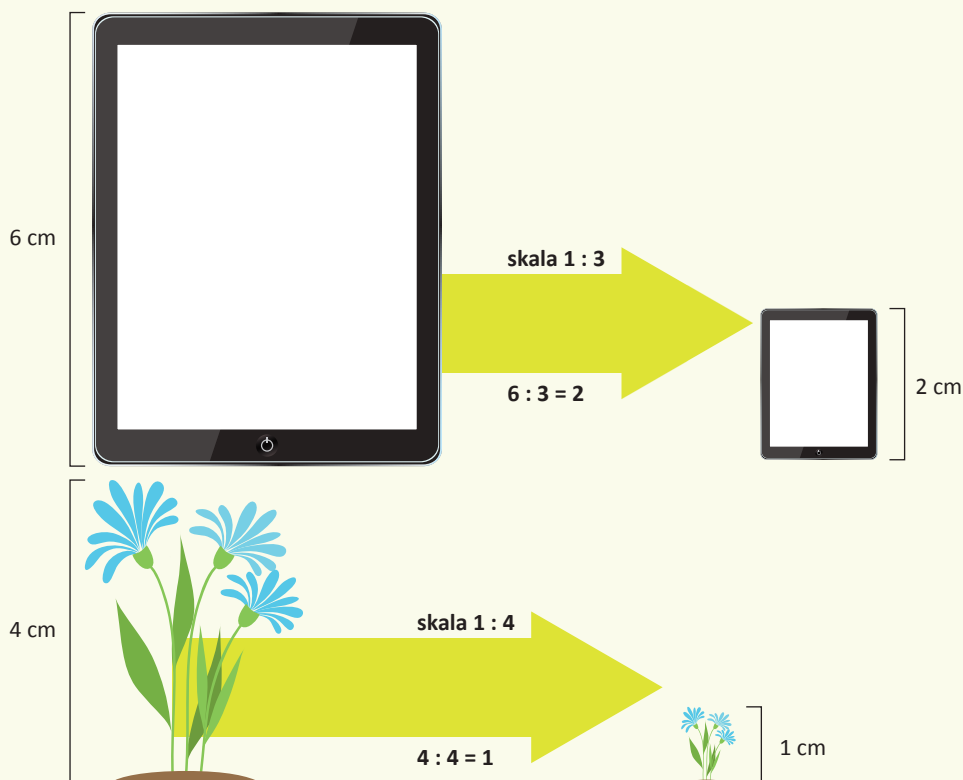
Skala

ZAPAMIĘTAJ

Skala to zapisana za pomocą ułamka informacja o wielkości zmiany rzeczywistego wymiaru przedmiotu na wymiar obrazu tego przedmiotu.

Na przykład skala 1 : 10 (jest to ułamek, tylko dla wygody kreskę ułamkową zastąpiono znakiem dzielenia) informuje, że wymiar rzeczywisty został dziesięciokrotnie zmniejszony – podzielony przez 10.

Aby łatwiej zrozumieć, jak działa skala, prześledź poniższe rysunki.



Rzeczywiste wymiary blatu biurka, przy którym piszę ten tekst, to 120 cm na 80 cm. Nie mogę narysować tego blatu w zeszyte. Ale obraz tego biurka w skali 1 : 20 ma wymiary dwudziestokrotnie zmniejszone, czyli 6 cm na 4 cm. Taki obraz mogę narysować.



Skala ma ogromne zastosowanie praktyczne. Używamy jej do rysowania map, planów, schematów, rysunków w geografii, biologii, fizyce, budownictwie, architekturze, projektowaniu wnętrz, planowaniu przestrzeni miejskiej i w wielu podobnych sytuacjach.

Wcześniej nauczyłeś się obliczać ułamek liczby. Przypominam: aby obliczyć ułamek liczby, trzeba tę liczbę pomnożyć przez ułamek.

Podobnie rozwiązujemy zadania ze skalą. **Aby obliczyć wymiar obrazu przedmiotu, trzeba rzeczywisty wymiar przedmiotu pomnożyć przez skalę.**

ZADANIE 1

Oblicz wymiar 320 m w skali 1 : 20.

$$320 \text{ m} \cdot (1 : 20) = 320^{16} \text{ m} \cdot \frac{1}{20}_1 = 16 \text{ m}$$

Rzeczywisty wymiar przedmiotu mnożymy przez skalę.

Oblicz odległość 4,5 km w skali 1 : 100.

$$4500 \text{ m} \cdot \frac{1}{100} = 45 \text{ m}$$

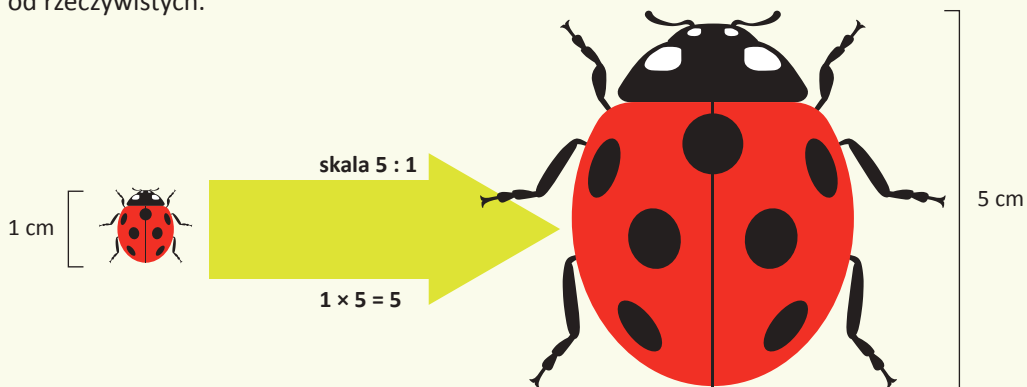
Najpierw zamieniamy km na m.

Oblicz długość Amazonki (6 400 km) w skali 1 : 1 000.

$$6400 \text{ km} \cdot \frac{1}{1000} = 6,4 \text{ km}$$

Skalę stosujemy również do powiększania wymiarów, choćby rysowania w powiększeniu bardzo małych przedmiotów, na przykład elementów zegarka.

Przykładem skali powiększającej jest skala 5 : 1. Wymiary obrazu są pięciokrotnie większe od rzeczywistych.



The graphic features several colorful paper clips (blue, pink, yellow) and paper strips (blue, yellow, pink) scattered around a central white rounded rectangle. The text is written in a bold, blue, sans-serif font, slanted upwards to the right.

**ELEMENTY STATYSTYKI
OPISOWEJ**

Statystyka opisowa



ZAPAMIĘTAJ

Statystyka opisowa zajmuje się opisywaniem danych uzyskanych podczas badań statystycznych. Celem statystyki opisowej jest porządkowanie i analizowanie zebranych danych oraz wyciągnięcie wniosków na ich temat.

W tym rozdziale zebrane i uporządkowane dane statystyczne będziemy prezentowali w tabelach lub za pomocą różnego rodzaju wykresów.

Rodzaje diagramów i ich odczytywanie

Jak już dowiedziałeś się z informacji powyżej, **statystyka służy do analizy różnych danych**. Aby przedstawić te dane w wygodny, łatwy do zrozumienia sposób, używa się różnych **rozwiązań graficznych**. Takie formy graficzne służące do prezentacji danych to **wykresy i diagramy**. Na pewno zetknąłeś się z już z nimi na lekcjach innych przedmiotów. Przypomnij sobie na poniższych przykładach, jak odczytywać najbardziej popularne z nich.

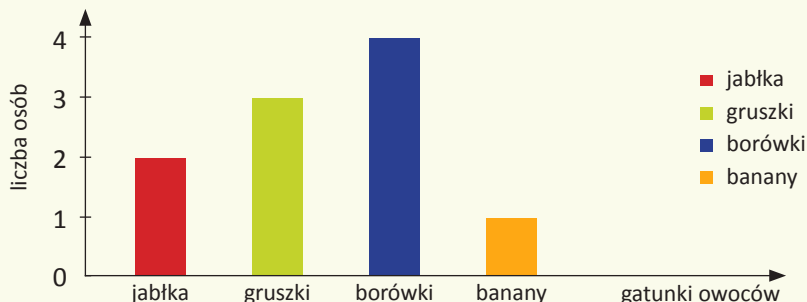
PRZYKŁAD

1

Na przyjęciu było 10 osób, które jadły różne owoce. 2 osoby jadły jabłka, 3 osoby gruszki, 4 osoby borówki i jeszcze 1 osoba banany.

Wiemy, ile było osób, jakie owoce jadły oraz ile z nich jadło dany gatunek owoców. Ten zbiór informacji możesz przedstawić na dwa sposoby:

1. Diagram słupkowy – dane są na nim zaprezentowane w formie pionowych słupków.

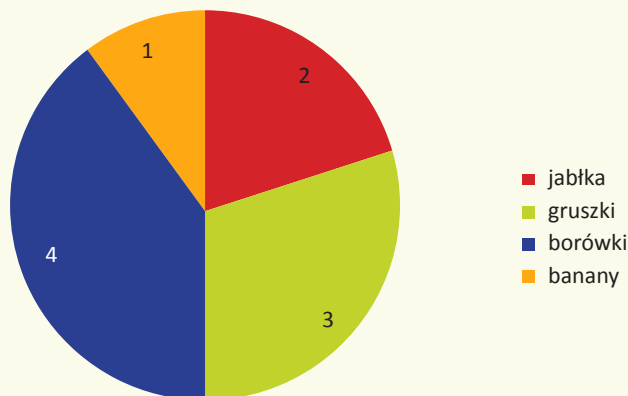


Co można odczytać z takiego wykresu?

- Na poziomej osi widzisz, jakie gatunki owoców jedli goście. Każdy gatunek jest reprezentowany przez jeden słupek w odrębnym kolorze. Były cztery różne gatunki owoców. Często diagramowi towarzyszy legenda, która również podpowie ci, czego dotyczą słupki.
- Na pionowej osi znajdują się wartości liczbowe, które pokażą ci, ile osób jadło dane owoce. Ile osób jadło jabłka? Wystarczy zobaczyć, na jakiej wysokości znajduje się szczyt czerwonego słupka – jest na wysokości liczby 2, więc dwie osoby jadły jabłka.
- Możesz sprawdzić, ile łącznie osób jadło owoce – wystarczy dodać do siebie wartości liczbowe pokazywane przez szczyt każdego słupka: $2 + 3 + 4 + 1 = 10$.
- Możesz zobaczyć, który gatunek owoców jadło najwięcej osób – wystarczy znaleźć najwyższy słupek. Tutaj jest to niebieski, czyli borówki.
- Tak samo możesz zobaczyć, który gatunek owoców jadło najmniej osób – trzeba znaleźć najniższy słupek. Tym razem to żółty, czyli banany.
- Możesz także porównywać ze sobą dane. Więcej osób jadło gruszki czy jabłka? Porównaj ze sobą słupki wskazujące te owoce – wyższy jest słupek zielony dotyczący gruszek, a więc więcej osób jadło gruszki.
- Możesz także wykonywać bardziej skomplikowane operacje, postępując się danymi z wykresu. Ile osób łącznie jadło gruszki i banany? Czy to więcej, niż łączna liczba osób jedzących jabłka i borówki? Dodaj do siebie wartości liczbowe zielonego i żółtego słupka: $3 + 1 = 4$, a potem czerwonego i niebieskiego słupka: $2 + 4 = 6$; teraz porównaj: $4 < 6$, czyli mniej osób łącznie jadło gruszki i banany, niż jabłka i borówki.

2. Diagram kołowy – dane są na nim zaprezentowane w formie koła podzielonego na części.

Liczba osób jedzących owoce na przyjęciu



Co można odczytać z takiego diagramu?

Wszystko to, co i z diagramu słupkowego.

- Tym razem nie ma dwóch osi, jest jedynie koło. Uważnie przeczytaj podpis do diagramu lub, jeśli go nie ma, treść zadania – tam znajdziesz informacje, co przedstawia diagram. Dane przedstawione są w formie wycinków koła. Mogą one być podpisane na kole, obok niego, albo diagram może posiadać legendę – tutaj szukaj informacji, jakie dane zostały przedstawione i w jaki sposób. Podpis powie ci, że analizujemy, ile osób jadło owoce, a legenda, jakie to były owoce. Przy diagramie zawsze znajdziesz wartości liczbowe, które odnoszą się do tych danych.

SZKOŁA PODSTAWOWA

na 100%

REPETYTORIUM SZKOŁA PODSTAWOWA Matematyka dla klas 4-6

to książka, dzięki której żaden uczeń nie będzie już potrzebował korepetycji z matematyki. Książka jest **zgodna z nową podstawą programową**.

Jej ogromnym atutem są **dokładnie wyjaśnione zagadnienia teoretyczne** oraz **zadania z rozwiązaniami rozpisanyymi krok po kroku**, opatrzone

komentarzami w kluczowych miejscach. Zadania oznaczone

symbolem „pewniak na teście” to ćwiczenia dokładnie takiego typu, jakie mogą pojawić się na sprawdzianie.

Całość posiada nowoczesną, dynamiczną szatę graficzną, dzięki której nauka jest łatwa i przyjemna.

Polecam wszystkim uczniom!

dr Piotr Kwapisz



lektury Grega. Zaufaj sprawdzonej marce!

Najnowsze wydania zawierają **odpowiedzi na pytania z podręczników i testów**.



Pełnej oferty szukaj w najlepszych księgarniach.

GREG
WYDAWNICTWO

Wydawnictwo GREG
ul. Klasztorna 2B ■ 31-979 Kraków
www.greg.pl

ISBN 978-83-8186-223-3



9 788381 862233