liceum / technikum

MATURA

matematyka

NOWA MATURA

poziom podstawowy

zadania z rozwiązaniami

teoria i wskazówki

kody QR do filmików edukacyjnych

GREG
WYDAWNICTWO EDUKACYJNE

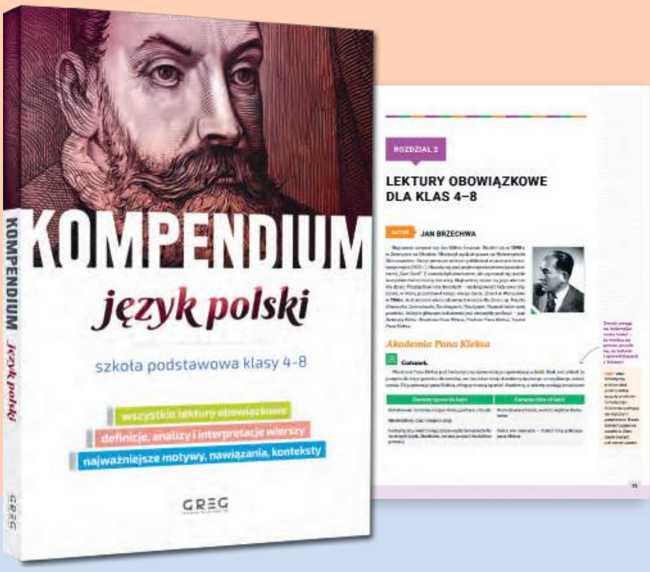
KOMPENDIA,

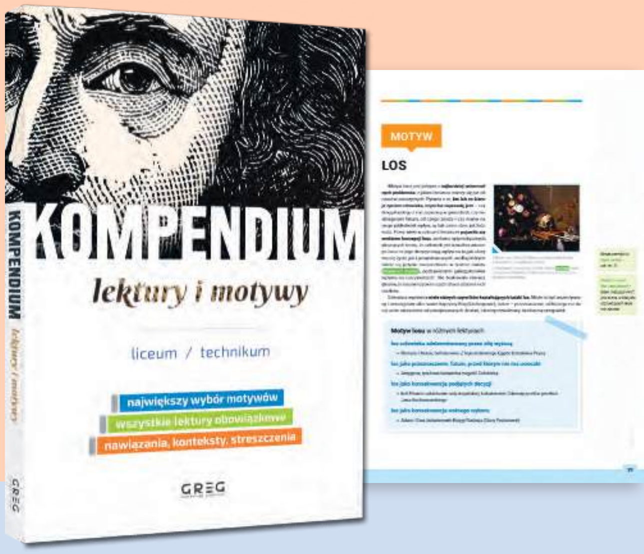
UWAGA – NOWA SERIA!

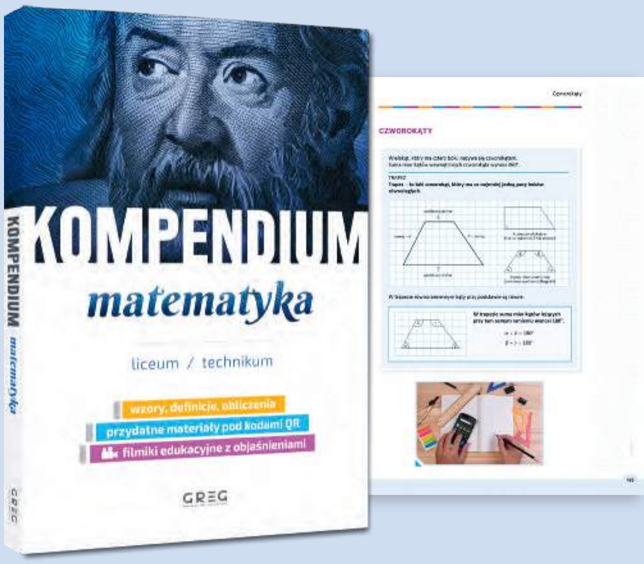
KTÓRE ZAINSPIRUJĄ I ZACHĘCĄ DO POSZERZANIA WIEDZY!

- Książki pełne wiedzy i ciekawostek
- Nowoczesne opracowanie graficzne z miejscem na notatki własne
- Atrakcyjne zdjęcia i ilustracje nawiązujące do tematów
- Dodatkowe materiały dla chcących wiedzieć więcej – pod kodami QR

IDEALNE NA NAGRODY DLA UCZNIÓW!







Pełnej oferty szukaj w najlepszych księgarniach i na www.greg.pl!

GREG
WYDAWNICTWO EDUKACYJNE

liceum / technikum

MATURA

matematyka

poziom podstawowy

NOWA MATURA

Rozwiązania zadań CKE znajdziesz pod kodem QR.

Bądź na bieżąco ze zmianami!
Tu znajdziesz aktualne informacje o maturze z matematyki:
matura.greg.pl/matematyka

GREG
WYDAWNICTWO EDUKACYJNE

liceum / technikum

MATURA

matematyka

Autorki:
Dorota Kupis-Skrzek, Julia Wódka

Nadzór i korekta merytoryczna:
Artur Ćwiek, Magdalena Dyrek, Jadwiga Geniec

Autor filmików:
Michał Ciesielski – Pan Matematyk

Nadzór merytoryczny filmików:
Julia Wódka

Redakcja:
Agnieszka Antosiewicz

Korekta:
Karolina Rymut-Kościelniak, Joanna Tomasik-Cholewa, Maria Zagnińska

978-83-8186-198-4
Wydanie I

Wydawnictwo GREG®
ul. Klasztorna 2B
31-979 Kraków
tel. 12 680 15 50
www.greg.pl

Księgarnia internetowa: www.greg.pl

Okładka:
Aleksandra Zimoch

Layout i skład:
Pracownia Register

Ilustracje:
Anton Starikov, s. 190; AtlasStudio, s. 42; Cookie Studio, s. 60; CrizzyStudio, s. 101; dodotone, s. 28; G-Stock Studio, s. 138; Gorodenkoff, s. 85; Ground Picture, s. 129, 230; guteksk7, s. 1, 5; Halfpoint, s. 130; insta_photos, s. 218; Just dance, s. 162, 180; Kamil Zajaczkowski, s. 72; Khakimullin Aleksandr, s. 149; Krakenimages.com, s. 157; Luis Molinero, s. 209; lunamarina, s. 20; pathdoc, s. 226; Pixel-Shot, s. 112; Rawpixel.com, s. 7; Sherbak_photo, s. 90; ShutterStockStudio, s. 201; Stokkete, s. 21; Studio Romantic, s. 225; Terdsak bundi, s. 145; Tom Wang, s. 29; Twin Design, s. 126; vectorfusionart, s. 3; xpixel, s. 170 / Shutterstock.com

Pozostałe rysunki i wykresy: Pracownia Register

DROGIE MATURZYSTKI, DRODZY MATURZYŚCI!

Niniejszą książkę dedykujemy w sposób szczególny tym z Was, którzy będą zdawać maturę.

Ważną zmianą jest to, że egzaminy maturalne będą przeprowadzane już nie według wymagań egzaminacyjnych, ale według nowej, uszczuplonej podstawy programowej. Książka, którą trzymacie w ręku, została zaktualizowana do tych zmian i stanowi doskonałą pomoc w przygotowaniu się do matury z matematyki.

Pracując nad repetytorium, skupiliśmy się na treściach obowiązujących na poziomie podstawowym. Jednak, przypominając teorię niezbędną do rozwiązania najbardziej typowych zadań maturalnych, sygnalizowaliśmy zagadnienia, z którymi powinniście się zapoznać, jeśli myślicie o maturze z matematyki na poziomie rozszerzonym.

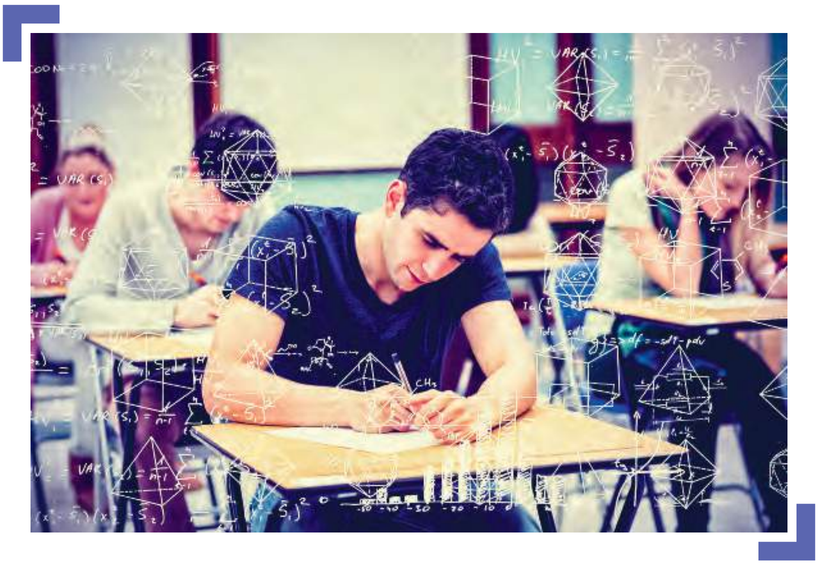
Każde z proponowanych przez nas zadań jest rozwiązane i szczegółowo opisane. Z doświadczenia wiemy, że uczniowie, którzy przed maturą uzupełniają braki w swojej wiedzy, sami przyznają, że matematyka wcale nie jest taka trudna. Im wcześniej zaczniecie, tym lepiej!

Na końcu każdego działu zostały umieszczone wybrane zadania z pokazowej matury (oznaczone na szaro) oraz informatora (oznaczone na fioletowo) przygotowanych przez Centralną Komisję Egzaminacyjną. Z kolei sekcja *Warto powtórzyć!* na początku każdego z działów ma taki sam układ graficzny jak tablice, z których będziecie mogli korzystać podczas egzaminu maturalnego.

Ponadto specjalnie dla Was we współpracy z najlepszymi nauczycielami i korepetytorami przygotowaliśmy kilkunastominutowe filmiki, ukryte pod kodami QR, dzięki którym rozwiane zostaną wszelkie matematyczne wątpliwości!

Z tą książką przygotowania do matury z matematyki będą na pewno przyjemne i owocne!

Autorki i Wydawnictwo GREG



SPIS TREŚCI

Na końcu każdego działu znajdziesz oryginalne zadania maturalne z poprzednich lat wraz z rozwiązaniami pod kodami QR!

CIĄGI

PLANIMETRIA

GEOMETRIA ANALITYCZNA

STEREOMETRIA

RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA I STATYSTYKA

Szukaj w książce kodów QR z tą ikonką

Znajdziesz pod nimi filmiki przygotowane przez najlepszych nauczycieli i korepetytorów, dzięki którym zrozumiesz nawet najtrudniejsze zagadnienia matematyczne!

INFORMACJE O EGZAMINIE

Matematyka jest jednym z obowiązkowych przedmiotów na egzaminie maturalnym. Wszyscy zdający przystępują do egzaminu z matematyki na poziomie podstawowym.

- Aby zdać egzamin, należy uzyskać minimum **30%**, czyli **15 punktów**.
- Egzamin na poziomie podstawowym trwa **180 minut**.
- W arkuszu znajdzie się **od 27 do 39 zadań**, w tym 20–25 zadań zamkniętych i 7–14 zadań otwartych.
- Łączna liczba punktów do zdobycia: **50**.
- W arkuszu będą występowały **wiązki zadań lub pojedyncze zadania**. Wiązka zadań to zestaw od dwóch do czterech zadań występujących we wspólnym kontekście tematycznym.
- Odpowiedzi do zadań zamkniętych zdający będą zaznaczali na **karcie odpowiedzi**.
- Za pojedyncze zadanie otwarte można uzyskać **od 1 do 4 punktów**.

Co możesz mieć ze sobą?

→ Na maturze można mieć ze sobą: czarny długopis, linijkę, cyrkiel i kalkulator prosty. Ponadto każdy otrzymuje *Tablice matematyczne*.

→ Należy wziąć również dowód osobisty, warto zabrać wodę (być może wodę będzie zapewniała szkoła). Na maturze **nie można** mieć ze sobą żadnych urządzeń telekomunikacyjnych, ołówka, kalkulatora naukowego.

Jak wygląda arkusz?

W arkuszu egzaminacyjnym znajdą się zarówno zadania zamknięte, jak i otwarte.

Zadania zamknięte to takie, w których zdający wybiera odpowiedź spośród podanych.

Wśród zadań zamkniętych znajdą się m.in.:

→ zadania jednokrotnego wyboru,

→ zadania wyboru wielokrotnego,

→ zadania typu prawda–fałsz,

→ zadania na dobieranie.

Wszystkie rodzaje zadań znasz już z egzaminu ósmoklasisty.

Rozwiązując zadania zamknięte…

Przeczytaj uważnie każde polecenie do zadania, które rozwiązujesz. Upewnij się, co musi zawierać odpowiedź.

→ Jeśli nie znasz odpowiedzi na pytanie zamknięte, ale wiesz, które odpowiedzi na pewno nie są właściwe – wyeliminuj je i wybierz najbardziej prawdopodobną.

→ Po skończeniu tego etapu sprawdź, czy wszystkie zadania mają zaznaczoną na arkuszu odpowiedź i czy są one prawidłowe.

Liczby rzeczywiste i wyrażenia algebraiczne

OBLICZENIA LICZBOWE, ZŁOŻONE DZIAŁANIA NA UŁAMKACH

Działania na ułamkach znasz już od czasów szkoły podstawowej. Musisz umieć dodawać, odejmować, mnożyć i dzielić ułamki, aby rozwiązać zadania ze wszystkich działów matematyki. Jednak na maturze mogą pojawić się nieco bardziej złożone zadania, w których możesz wykazać się sprawnością czysto rachunkową.

Obejrzyj filmik edukacyjny o zbiorach liczb:
filmy.greg.pl/y88dg

Obejrzyj filmik edukacyjny o liczbach okresowych:
filmy.greg.pl/bp6ds

ZADANIE 1 [0–1]

Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P – jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Liczba $\frac{1}{2}\left(2-\frac{53}{26}\right)$ jest większa niż $\dfrac{2-\frac{53}{26}}{\frac{1}{2}}$	**P**	**F**
2.	Liczba $\frac{3-5\cdot 7}{11}$ jest większa niż $-\dfrac{\frac{1}{0{,}25}}{\frac{13}{8}}$	**P**	**F**

ROZWIĄZANIE:

Wykonujemy obliczenia:

$$\frac{1}{2}\left(2-\frac{53}{26}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{52}{26}-\frac{53}{26}\right)=\frac{1}{2}\left(-\frac{1}{26}\right)=-\frac{1}{52}$$

Zaczynamy od wykonania działania w nawiasie – musimy sprowadzić 2 oraz ułamek $\frac{53}{26}$ do wspólnego mianownika.

$$\frac{2-\frac{53}{26}}{\frac{1}{2}}=-\frac{1}{26}\cdot 2=-\frac{1}{13}$$

Licznik tego ułamka policzyliśmy już, analizując pierwszą liczbę. Korzystamy teraz z faktu, że: **podzielić przez ułamek to pomnożyć przez jego odwrotność.**

ZADANIE 2 [0–2]

Udowodnij, że suma kwadratów trzech kolejnych liczb całkowitych parzystych przy dzieleniu przez 12 daje resztę 8.

DOWÓD: Niech $2k$, $2k+2$, $2k+4$ będą trzema kolejnymi liczbami całkowitymi parzystymi dla pewnej liczby całkowitej k.

Wówczas:

$(2k)^2 + (2k+2)^2 + (2k+4)^2 =$
$4k^2 + 4k^2 + 8k + 4 + 4k^2 + 16k + 16 = 12k^2 + 24k + 20 =$
$12k^2 + 24k + 12 + 8 =$
$= 12(k^2 + 2k + 1) + 8$

Stosujemy wzór skróconego mnożenia $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Wyłączamy wspólny czynnik 12 przed nawias z trzech pierwszych składników.

Skoro liczba k jest całkowita, to liczby k^2, $2k$ są całkowite, a zatem liczba $k^2 + 2k + 1$ jest całkowita jako suma liczb całkowitych.
Na podstawie definicji reszty dzielenia dwóch liczb całkowitych wykazane zostało, że suma kwadratów trzech kolejnych liczb całkowitych parzystych przy dzieleniu przez 12 daje resztę 8, co kończy dowód.

ZADANIE 3 [0–2]

Wykaż, że liczba

$4^{2020} + 4^{2021} + 4^{2022} + 4^{2023}$ jest podzielna przez 17.

DOWÓD: Wykażemy, że istnieje taka liczba całkowita k, że $4^{2020} + 4^{2021} + 4^{2022} + 4^{2023} = 17 \cdot k$.

Zatem:

$4^{2020} + 4^{2021} + 4^{2022} + 4^{2023} = 4^{2020} \cdot (1 + 4^1 + 4^2 + 4^3) =$
$= 4^{2020} \cdot (1 + 4 + 16 + 64) = 4^{2020} \cdot 85 = 17 \cdot 5 \cdot 4^{2020}$

Korzystamy ze wzoru $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$ oraz wyłączamy przed nawias potęgę liczby 4 z najmniejszym wykładnikiem.

Liczba $5 \cdot 4^{2020}$ jest liczbą całkowitą, a zatem $k = 5 \cdot 4^{2020}$, co kończy dowód.

ZADANIE 4 [0–2]

Udowodnij, że dla każdej liczby naturalnej n liczba $30n^2 + 12n + 23$ przy dzieleniu przez 6 daje resztę 5.

DOWÓD: Wykażemy, że istnieje pewna liczba całkowita k taka, że $30n^2 + 12n + 23 = 6 \cdot k + 5$.

$30n^2 + 12n + 23 = 30n^2 + 12n + 18 + 5 =$

Liczbę 23 rozpiszemy jako sumę liczb 18 i 5.

$= 6 \cdot (5n^2 + 2n + 3) + 5$

Wyłączamy przed nawias liczbę 6 jako wspólny czynnik z trzech pierwszych składników.

Skoro liczba n jest naturalna, więc liczby $5n^2$ oraz $2n$ są liczbami całkowitymi. Suma tych liczb oraz liczby 3 jest liczbą całkowitą, zatem $k = 5n^2 + 2n + 3$, co kończy dowód.

ZAGLĄDAMY DO CKE

Odpowiedzi do zadań z CKE znajdziesz tutaj

matura.greg.pl/matematyka

Zadanie 1. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $6^{100}+6^{100}+6^{100}+6^{100}+6^{100}+6^{100}$ jest równa

A. 6^{600} **B.** 6^{101} **C.** 36^{100} **D.** 36^{600}

Zadanie 2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $\log_7 98-\log_7 2$ jest równa

A. 7 **B.** 2 **C.** 1 **D.** (-1)

Zadanie 4. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Dla każdej liczby rzeczywistej a wartość wyrażenia $(3+4a)^2-(3-4a)^2$ jest równa

A. $32a^2$ **B.** 0 **C.** $48a$ **D.** $8a^2$

źródło: Pokazowy arkusz maturalny z matematyki na poziomie podstawowym w roku szkolnym 2022

Zadanie 1. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $2021:\left(1-\frac{1}{2022}\right)-\left(1-\frac{2022}{2021}\right):\frac{1}{2021}$ jest równa

A. 0 **B.** 1 **C.** 2021 **D.** 2023

Zadanie 3. (0–1)

Oprocentowanie na długoterminowej lokacie w pewnym banku wynosi 3% w skali roku (już po uwzględnieniu podatków). Po każdym roku oszczędzania są doliczane odsetki od aktualnego kapitału znajdującego się na lokacie – zgodnie z procentem składanym.

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Po 10 latach oszczędzania w tym banku (i bez wypłacania kapitału ani odsetek w tym okresie) kwota na lokacie będzie większa od kwoty wpłaconej na samym początku o (w zaokrągleniu do 1%)

A. 30% **B.** 34% **C.** 36% **D.** 43%

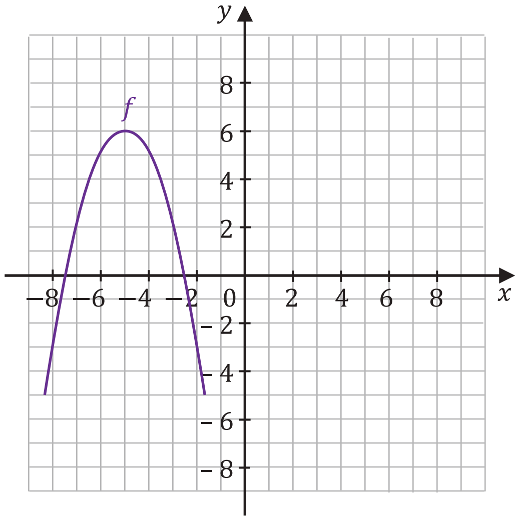
źródło: Informator maturalny z matematyki na poziomie podstawowym od roku szkolnego 2022/2023

Zadanie 21.

Wzór funkcji kwadratowej można zapisać w postaci ogólnej, kanonicznej lub iloczynowej (o ile istnieje).

Zadanie 21.1. (0–1)

Dana jest funkcja kwadratowa $y = f(x)$, której fragment wykresu przedstawiono w kartezjańskim układzie współrzędnych (x, y) na rysunku poniżej.



Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych, jeżeli wiadomo, że jeden ze wzorów podanych w odpowiedziach A–D to wzór funkcji f.

Funkcja kwadratowa $y = f(x)$ jest określona wzorem

A. $y = -(x + 5)^2 - 6$
B. $y = -(x + 5)^2 + 6$
C. $y = -(x - 5)^2 - 6$
D. $y = -(x - 5)^2 + 6$

Zadanie 21.2. (0–2)

Do wykresu pewnej funkcji kwadratowej $y = g(x)$ należy punkt o współrzędnych $P = (2, -6)$. Osią symetrii wykresu tej funkcji jest prosta o równaniu $x = 3$, a jednym z miejsc zerowych funkcji g jest $x_1 = 1$.

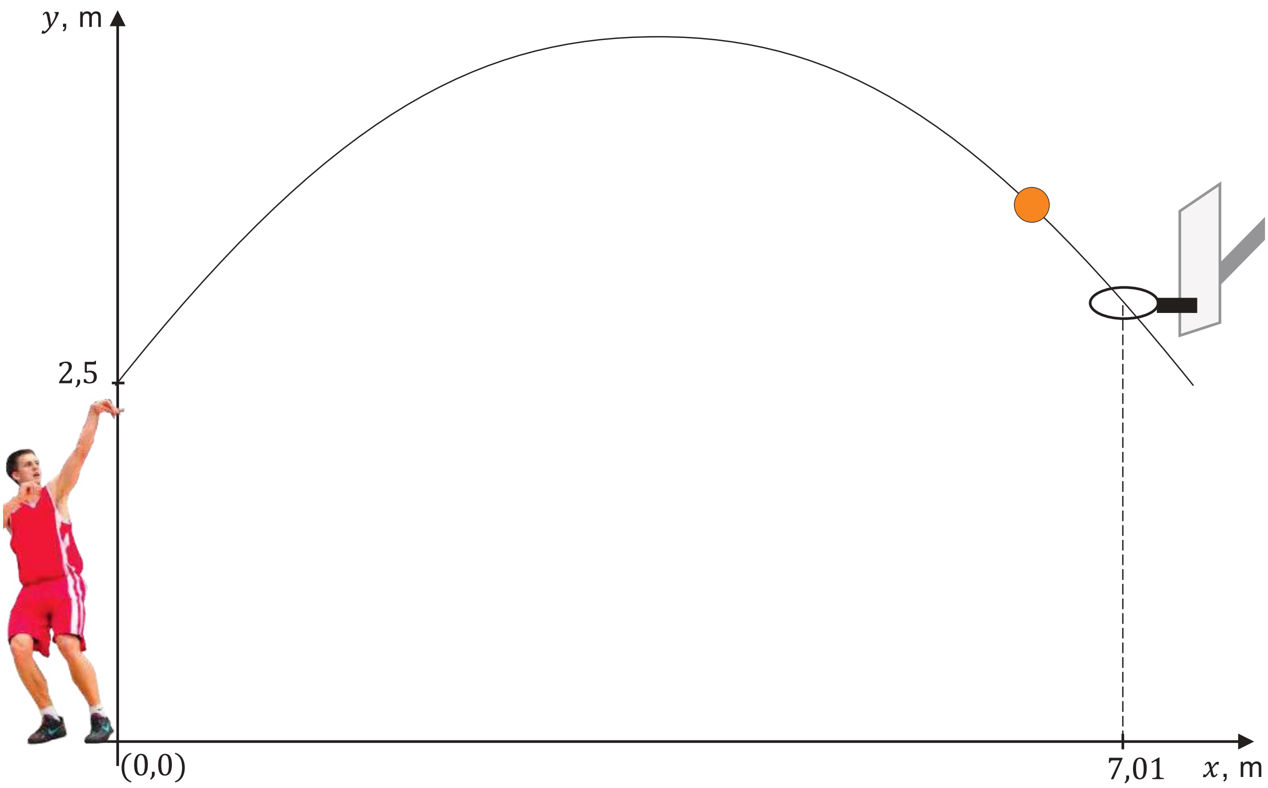
Wyznacz i zapisz wzór funkcji $y = g(x)$ w postaci iloczynowej.

Zadanie 22.

Na podstawie zasad dynamiki można udowodnić, że torem rzutu – przy pominięciu oporów powietrza – jest fragment paraboli. Koszykarz wykonał rzut do kosza z odległości $x_k = 7{,}01$ m, licząc od środka piłki do środka obręczy kosza w linii poziomej. Do opisu toru ruchu przyjmiemy układ współrzędnych, w którym środek piłki w chwili początkowej znajdował się w punkcie $x_0 = 0$, $y_0 = 2{,}50$ m. Środek piłki podczas rzutu poruszał się po paraboli danej równaniem:

$$y = -0{,}174x^2 + 1{,}3x + 2{,}5$$

Rzut okazał się udany, a środek piłki przeszedł dokładnie przez środek kołowej obręczy kosza. Na rysunku poniżej przedstawiono tę sytuację oraz tor ruchu piłki w układzie współrzędnych.



Zadanie 22.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Obręcz kosza znajduje się na wysokości (podanej w zaokrągleniu z dokładnością do 0,01 m)

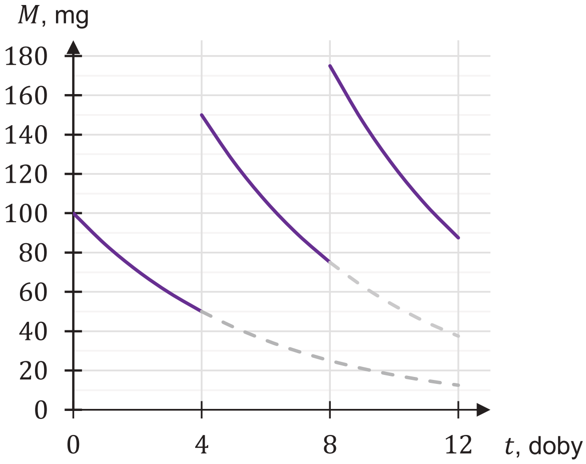
A. 3,04 m **B.** 3,06 m **C.** 3,80 m **D.** 4,93 m

Zadanie 13.1. (0–1)

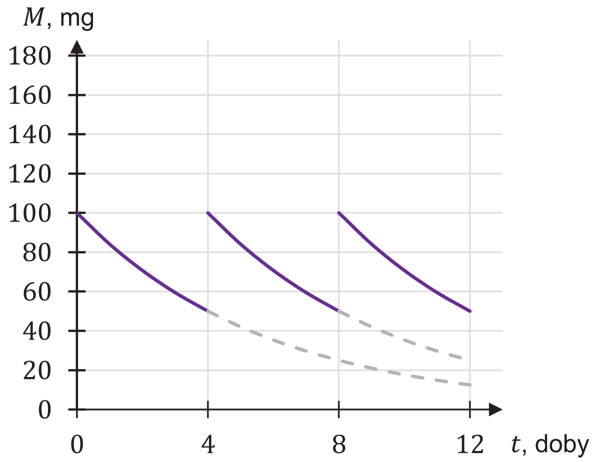
Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wykres zależności masy M leku L w organizmie tego pacjenta od czasu t, liczonego od momentu przyjęcia przez pacjenta pierwszej dawki, przedstawiono na rysunku

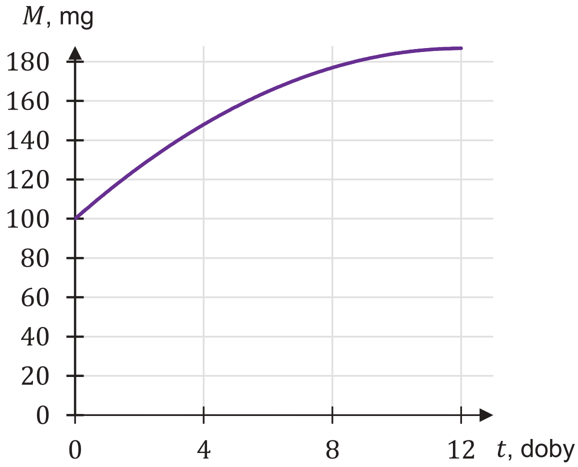
A.



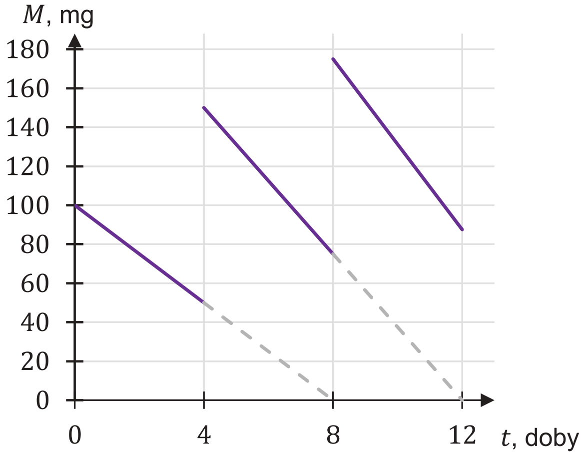
B.



C.



D.



Zadanie 13.2. (0–3)

Oblicz masę leku L w organizmie tego pacjenta tuż przed przyjęciem jedenastej dawki tego leku. Wynik podaj w zaokrągleniu do $0{,}1$ mg.
Zapisz obliczenia.

źródło: Pokazowy arkusz maturalny z matematyki na poziomie podstawowym w roku szkolnym 2022

Trygonometria

FUNKCJE TRYGONOMETRYCZNE KĄTA OSTREGO W TRÓJKĄCIE PROSTOKĄTNYM

Warto powtórzyć!

Obejrzyj filmik edukacyjny o funkcjach trygonometrycznych (część 1):

filmy.greg.pl/fyskm

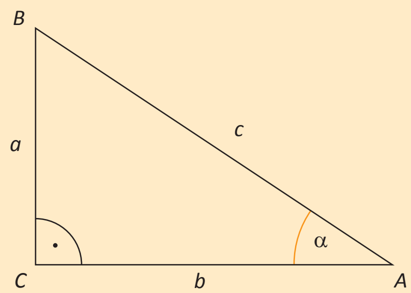
Trygonometria

- Definicje funkcji trygonometrycznych kąta ostrego w trójkącie prostokątnym

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos\alpha = \frac{b}{c}$$

$$tg\,\alpha = \frac{a}{b}$$



- Wartości funkcji trygonometrycznych dla wybranych kątów

α	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
	0	$\frac{1}{6}\pi$	$\frac{1}{4}\pi$	$\frac{1}{3}\pi$	$\frac{1}{2}\pi$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$tg\,\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	nie istnieje

Warto pamiętać również o następujących zależnościach:

- $\sin(90° - \alpha) = \cos\alpha$
- $\cos(90° - \alpha) = \sin\alpha$

Twierdzenie Pitagorasa

Jeżeli trójkąt jest prostokątny, to suma kwadratów długości przyprostokątnych jest równa kwadratowi długości przeciwprostokątnej.

$$a^2 + b^2 = c^2$$

- Wartości funkcji trygonometrycznych dowolnego kąta ostrego możemy znaleźć w tablicach wartości funkcji trygonometrycznych jako przybliżoną wartość z dokładnością do czwartej cyfry po przecinku.

Jeśli myślisz o maturze na poziomie rozszerzonym, dodatkowo musisz umieć zamieniać miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie.

ZADANIE 1 [0–1]

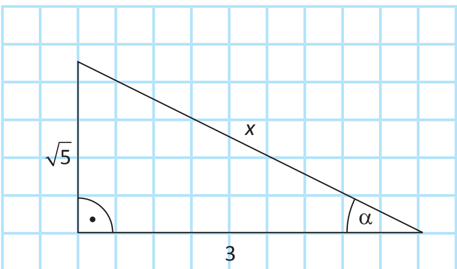
Dany jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych długości 3 i $\sqrt{5}$. Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Cosinus mniejszego z kątów ostrych jest równy:

A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$	B. $\frac{3}{\sqrt{5}}$	C. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{14}}$	D. $\frac{3}{\sqrt{14}}$

ROZWIĄZANIE:

Skoro $\sqrt{5} < 3$, to według zasady, że naprzeciwko najkrótszego boku leży najmniejszy kąt, rozważany kąt ostry będzie leżał naprzeciw boku o długości $\sqrt{5}$. Oznaczmy go przez α.



Wykonajmy rysunek pomocniczy.

$\cos\alpha = \frac{3}{x}$

Korzystamy z definicji funkcji cosinus.

Aby obliczyć wartość funkcji cosinus, musimy wcześniej znaleźć długość przeciwprostokątnej:

$\sqrt{5}^2 + 3^2 = x^2$

Korzystamy z twierdzenia Pitagorasa.

$5 + 9 = x^2$

$x = \sqrt{14}$.

Zatem $\cos\alpha = \frac{3}{\sqrt{14}}$

Korzystamy z definicji funkcji cosinus.

ODPOWIEDŹ: D

ZADANIE 2 [0–1]

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Wartość wyrażenia $\dfrac{(\text{tg } 60° + \sin 45°)^2 - \text{tg } 30°}{\sin 30°}$ jest równa:

A. $2 - \dfrac{\sqrt{3}}{6}$	B. $8 - \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$	C. $2 + \dfrac{3\sqrt{3}}{6}$	D. $7 + 2\sqrt{6} - \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

ROZWIĄZANIE:

W zadaniach z trygonometrii kąty 30°, 45°, 60° występują bardzo często, dlatego też warto znać wartości funkcji trygonometrycznych tych kątów ostrych. Na początku tematu znajduje się tabelka wartości funkcji trygonometrycznych dla rozważanych kątów. Podstawiamy odczytane wartości do naszego wyrażenia:

W przypadku kątów 30°, 45° i 60° nie korzystamy z przybliżonych wartości z tyłu tablic tylko ze wspomnianej tabeli.

$$\frac{\left(\sqrt{3} + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - \frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{1}{2}} =$$

Korzystamy ze wzoru skróconego mnożenia: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ oraz odczytujemy z tabeli s. 115:

$\text{tg } 60^{\circ} = \sqrt{3}$

$\sin 45^{\circ} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\text{tg } 30^{\circ} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\sin 30^{\circ} = \dfrac{1}{2}$

$$= \frac{3 + 2\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{2}{4} - \frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{3 + \sqrt{6} + \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{\left(\frac{7}{2} + \sqrt{6} - \frac{\sqrt{3}}{3}\right)}{1} \cdot \frac{2}{1} =$$

Dzielenie przez ułamek to mnożenie przez jego odwrotność.

$$= 7 + 2\sqrt{6} - \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

Mnożymy wszystkie składniki w nawiasie przez 2.

ODPOWIEDŹ: D

ZADANIE 3 [0–1]

Dany jest kąt ostry α taki, że $\sin \alpha = \dfrac{3}{5}$. Oceń prawdziwość poniższych zdań. Zaznacz P, jeśli zdanie jest prawdziwe, albo F – jeśli jest fałszywe.

1.	Dla kąta α spełnione jest równanie $\cos \alpha = \dfrac{4}{5}$	**P**	**F**
2.	Dla kąta α spełniona jest nierówność $(\text{tg } \alpha)^{-\frac{1}{2}} < 1$	**P**	**F**

Kąty BEA i DEC są wierzchołkowe, więc $|\sphericalangle BEA| = |\sphericalangle DEC|$. Z założenia wiemy, że $|BE| = |DE|$. Trójkąty ABE i DEC są przystające na mocy cechy kąt-bok-kąt.
Zatem $|AB| = |CD|$, $|AE| = |CE|$ i $|\sphericalangle ABC| = |\sphericalangle ADC|$. Skoro $|BE| = |ED|$ (z treści zadania) i $|AE| = |CE|$, to $|AD| = |BC|$.
Możemy policzyć pole trójkąta ABC ze wzoru:

$$P_{ABC} = \frac{1}{2}|AB| \cdot |BC| \cdot \sin\sphericalangle ABC$$

Natomiast pole trójkąta trójkąta ADC liczymy ze wzoru:

$$P_{ADC} = \frac{1}{2}|AD| \cdot |DC| \cdot \sin\sphericalangle ADC$$

Skoro odpowiednie wielkości są równe, to:

$$P_{ABC} = P_{ADC}.$$

ZAGLĄDAMY DO CKE

Odpowiedzi do zadań z CKE znajdziesz tutaj
matura.greg.pl/matematyka

Zadanie 23. (0–1)

Dane są dwa trójkąty podobne ABC i KLM o polach równych – odpowiednio – P oraz $2P$. Obwód trójkąta ABC jest równy x.

Dokończ zdanie tak, aby było prawdziwe. Wybierz odpowiedź A albo B oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Obwód trójkąta KLM jest równy

<table>
<tr><td rowspan="3">A.</td><td rowspan="3">$\sqrt{2} \cdot x$,</td><td rowspan="6">ponieważ stosunek obwodów trójkątów podobnych jest równy</td><td rowspan="2">1.</td><td rowspan="2">kwadratowi stosunku pól tych trójkątów.</td></tr>
<tr></tr>
<tr><td rowspan="2">2.</td><td rowspan="2">pierwiastkowi kwadratowemu ze stosunku pól tych trójkątów.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">B.</td><td rowspan="3">$2x$,</td></tr>
<tr><td rowspan="2">3.</td><td rowspan="2">stosunkowi pól tych trójkątów.</td></tr>
<tr></tr>
</table>

źródło: Pokazowy arkusz maturalny z matematyki na poziomie podstawowym w roku szkolnym 2022

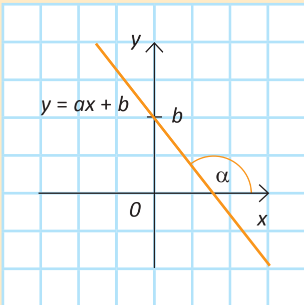
Geometria analityczna

RÓWNANIE KIERUNKOWE PROSTEJ

Warto powtórzyć!

- Równanie kierunkowe prostej

  Jeżeli prosta nie jest równoległa do osi OY, to można opisać ją równaniem kierunkowym:



$$y = ax + b$$

  Liczba a to współczynnik kierunkowy prostej.

$$a = \operatorname{tg} \alpha$$

  Prosta o równaniu $y = ax + b$ przecina oś OY w punkcie $(0, b)$.

- Równanie prostej o danym współczynniku kierunkowym a, która przechodzi przez punkt $P = (x_0, y_0)$:

$$y = a(x - x_0) + y_0$$

- Równanie prostej, która przechodzi przez dwa dane punkty $A = (x_A, y_A)$ oraz $B = (x_B, y_B)$:

$$y - y_A = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} \cdot (x - x_A) \quad \text{gdy } x_B \neq x_A$$

  Z ostatniego wzoru można wyprowadzić wzór na współczynnik kierunkowy prostej przechodzącej przez dwa punkty. Warto zapamiętać ten wzór, gdyż nie ma go w tablicach.

$$a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Zadanie 30.2. (0–1)

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

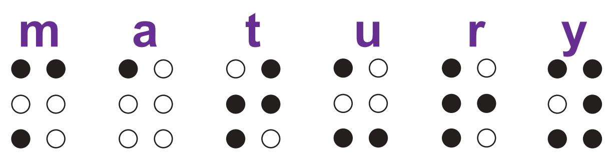
Dominanta dziennego czasu korzystania przez ucznia z komputera jest równa

A. 2,25 godziny. **B.** 2,50 godziny. **C.** 2,75 godziny. **D.** 1,50 godziny.

źródło: Pokazowy arkusz maturalny z matematyki na poziomie podstawowym w roku szkolnym 2022

Zadanie 46. (0–2)

Pojedynczy znak w piśmie Braille'a dla niewidomych jest kombinacją od 1 do 6 wypukłych punktów, które mogą zajmować miejsca ułożone w dwóch kolumnach po trzy miejsca w każdej kolumnie. Poniżej podano przykład napisu w piśmie Braille'a. Czarne kropki w znaku oznaczają wypukłości, a białe kropki oznaczają brak wypukłości. Pojedynczy znak w piśmie Braille'a musi zawierać co najmniej jeden punkt wypukły.

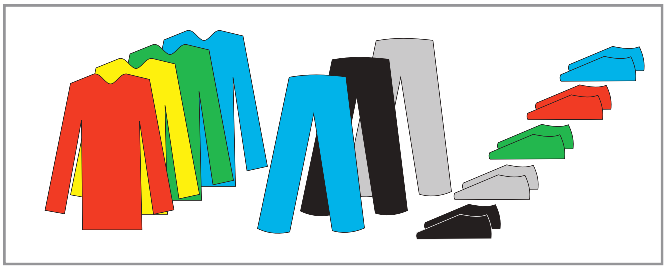


Oblicz, ile różnych pojedynczych znaków można zapisać w piśmie Braille'a.

Zadanie 47.

Andrzej ma w szafie 4 koszule: czerwoną, żółtą, zieloną i niebieską; 3 pary spodni: niebieskie, czarne i szare; oraz 5 par butów: czarne, szare, zielone, czerwone i niebieskie.

Andrzej wybiera z szafy zestaw ubrania: jedną koszulę, jedną parę spodni i jedną parę butów. Zestawy ubrania wybierane przez Andrzeja określimy jako różne, gdy będą różniły się kolorem chociaż jednego rodzaju elementu ubioru w zestawie.



Zadanie 47.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Liczba wszystkich możliwych, różnych zestawów ubrania, jakie może wybrać Andrzej, jest równa

A. 12 **B.** 72 **C.** 60 **D.** 720

Zadanie 47.2. (0–3)

Oblicz, na ile sposobów można wybrać taki zestaw, w którym <u>dokładnie jeden</u> element ubioru będzie niebieski.

Zadanie 48. (0–4)

Spośród wszystkich czterocyfrowych całkowitych liczb dodatnich losujemy jedną liczbę.

Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia polegającego na tym, że wylosowana liczba będzie parzysta, a w jej zapisie dziesiętnym wystąpią dokładnie jedna cyfra 2 i dokładnie jedna cyfra 3.

Zadanie 50.

Na wykresie słupkowym poniżej podano rozkład miesięcznych zarobków wszystkich pracowników w pewnej firmie $\mathcal{F}$. Na osi poziomej podano – wyrażone w tysiącach złotych – miesięczne wynagrodzenie netto pracowników firmy $\mathcal{F}$, a na osi pionowej przedstawiono liczbę osób, która osiąga podane zarobki.

Zadanie 50.1. (0–1)

Dokończ zdanie. Zaznacz odpowiedź A, B albo C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.

Dominantą miesięcznych zarobków w firmie $\mathcal{F}$ jest

A.	10 tys. zł,	ponieważ	**1.**	tę wartość zarobków osiąga najwięcej osób w firmie $\mathcal{F}$.
B.	4,5 tys. zł,		**2.**	ta wartość zarobków jest największa w firmie $\mathcal{F}$.
C.	4 tys. zł,		**3.**	iloczyn tej wartości zarobków i liczby osób z takimi zarobkami jest największy w firmie $\mathcal{F}$.

MATURA

liceum / technikum

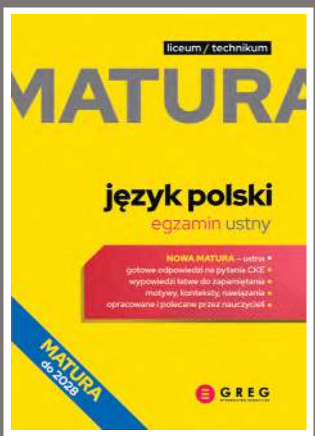
matematyka

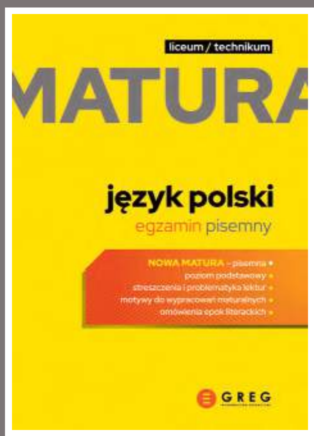
Matura z matematyki to pestka!

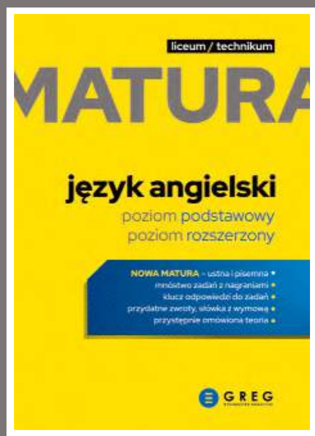
Ta żółta książka to najbardziej aktualne repetytorium do matury z matematyki, w którym znajdziesz wszystko, czego potrzebujesz do zdania tego przedmiotu. Jest tutaj cały obowiązujący na egzaminie materiał podany w nowoczesnej i przystępnej formie. Jasno i krótko przedstawiona teoria, zadania wraz z rozwiązaniami krok po kroku, komentarze i wyjaśnienia do zadań oraz – nowość! – **filmiki edukacyjne ukryte pod kodami QR**!

Z nami zdasz maturę na 100%!

W serii ukazały się:







GREG
WYDAWNICTWO EDUKACYJNE

Wydawnictwo GREG
ul. Klasztorna 2B ▪ 31-979 Kraków
www.greg.pl

ISBN 978-83-8186-198-4
9 788381 861984