

KOMPENDIUM

matematyka

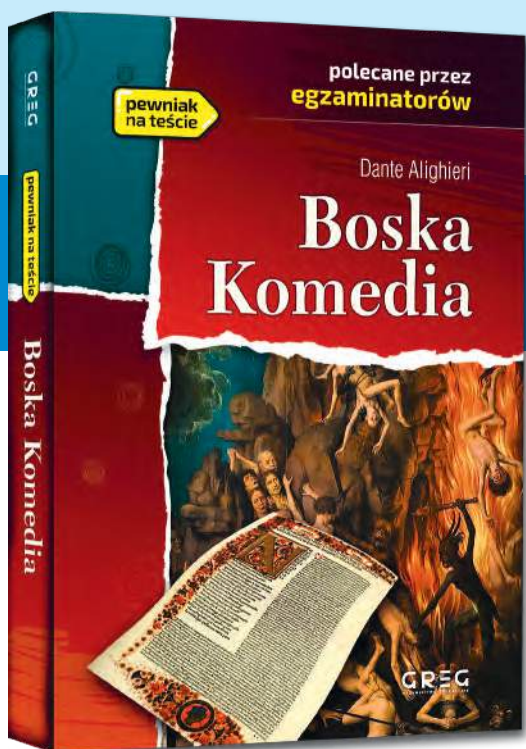
liceum / technikum

wzory, definicje, obliczenia

przydatne materiały pod kodami QR

filmiki edukacyjne z objaśnieniami

GREG
WYDAWNICTWO EDUKACYJNE



LEKTURY Z PEWNIAKIEM

Nie musisz czytać całej lektury, żeby zdać!

Prezentujemy lektury z pewniakiem – pełny tekst, szczegółowe opracowanie, opisy bohaterów, plan wydarzeń, problematyka. W tekście szukaj znaczków „pewniak na teście” – odpowiedzą Ci, co musisz wiedzieć, żeby zdać wszystkie testy i klasówki. Więcej nie potrzebujesz!



Inni wydawcy zgadują, czego trzeba się nauczyć – my wiemy, o co zapytają nauczyciele!



FRASZKI, PIEŚNI, TRENY...
Jan Kochanowski



GLORIA VICTIS
Eliza Orzeszkowa



LUdzie BEZDOMNI
Stefan Żeromski



MEDALIONY
Zofia Nałkowska



NOC LISTOPADOWA
Stanisław Wyspiański



PANI BOVARY
Gustaw Flaubert



CHŁOPI
Władysław Stanisław Reymont



ZBRODNIA I KARA
Fiodor Dostojewski

Podręcznik powie Ci, jaki materiał musisz znać – my Ci powiemy, co dokładnie będzie na teście!



KOMPENDIUM

matematyka

liceum / technikum

Wykorzystano materiały autorskie:

Piotra Gołębia, Grażyny Kiełczykowskiej, Piotra Kosowicza,
Doroty Kupis-Skrzek, Beaty Prucnal, Julii Wódki

Redaktor prowadząca serii:

Agnieszka Antosiewicz

Redakcja i korekta:

Katarzyna Curyło, Karolina Rymut-Kościelniak, Julia Żak

ISBN 978-83-8186-130-4

Wydanie I

© Copyright by Wydawnictwo GREG® Sp. z o.o.

Kraków

Wydawnictwo GREG®

ul. Klasztorna 2B

31-979 Kraków

tel. 12 680 15 50

www.greg.pl

Księgarnia internetowa: www.greg.pl

Znak firmowy GREG® zastrzeżony w Urzędzie Patentowym RP.

Wszystkie prawa zastrzeżone.

Żadna część niniejszej publikacji nie może być reprodukowana
lub przedrukowana bez pisemnej zgody Wydawnictwa GREG®.

Okładka:

Aleksandra Zimoch

Wykorzystano ilustrację przedstawiającą Galileusza: vkilikov/Shutterstock.com

Layout i skład:

Pracownia Register

W publikacji wykorzystano materiały graficzne:

3d_kot, s. 230; adriaticfoto, s. 79; Andrey Yerшов, s. 174; Andrey_Popov, Aree_S, s. 90; s. 49; Banglens, s. 112; benjaminec, s. 69; Chatham172, s. 192; Diana Grytsku, s. 16; Elnur, s. 151; F8 studio, s. 60; Gaydukevich Natalya, s. 141; Ground Picture, s. 51, 100, 125; Harbucks, s. 251; Image Source Trading Ltd, s. 7, s. 225; izzet ugutmen, s. 122; Jacob Lund, s. 197; junpiiiiiiiiiii, s. 153; Just dance, s. 146, 167; Kamil Zajackowski, s. 98, 159; kanyanat wongsa, s. 1; kitzcorner, s. 247; Kuki Ladron de Guevara, s. 13; l i g h t p o e t, s. 58; Laborant, s. 201, 204; librakv, s. 66; Maksim Gusarov, s. 157; Marco Tulio, s. 210; Najmi Arif, s. 214; pflugler-photo, s. 114; Pixels Hunter, s. 102; Prostock-studio, s. 29; ShutterstockStudio, s. 165; Standret, s. 32; Stenko Vlad, s. 20; Stokkete, s. 164; UnderhilStudio, s. 47; Urbanscape, s. 107; VectorPlotnikoff, s. 236 / Shutterstock.com



KOMPENDIUM

matematyka

liceum / technikum

GRĘG
WYDAWNICTWO EDUKACYJNE

ROZDZIAŁ 1

WYBRANE WŁASNOŚCI LICZB I PODSTAWOWE POJĘCIA ALGEBRY • 9

- 9 Zbiór liczb rzeczywistych i jego podzbiory
- 12 Działania na liczbach rzeczywistych
- 15 Zbiory i przedziały
- 21 Działania arytmetyczne
- 23 Ułamki, proporcjonalność, proporcje
- 25 Podstawowe pojęcia algebry
- 27 Wyrażenia algebraiczne
- 29 Wzory skróconego mnożenia
- 33 Wartość bezwzględna liczby
- 35 Potęgi
- 38 Pierwiastki
- 42 Logarytmy – definicje, własności,
funkcja logarytmiczna
- 44 Działania na logarytmach
- 47 Procenty

ROZDZIAŁ 2

RÓWNANIA, NIERÓWNOŚCI, UKŁADY RÓWNAŃ • 51

- 51 Równania i ich rodzaje
- 54 Nierówności
- 56 Układy równań
- 57 Rozwiązywanie układów równań metodą
podstawiania
- 59 Rozwiązywanie układów równań metodą
przeciwstawnych współczynników
- 62 Zadania tekstowe

ROZDZIAŁ 3

FUNKCJE • 67

- 67 Pojęcie funkcji
- 68 Własności funkcji
- 69 Przekształcenia wykresu funkcji
- 72 Funkcja liniowa
- 74 Wyznaczanie wzoru funkcji liniowej
- 76 Układ równań liniowych –
interpretacja geometryczna
- 80 Postać ogólna, iloczynowa i kanoniczna
funkcji kwadratowej
- 87 Równania kwadratowe
- 91 Nierówności kwadratowe
- 95 Funkcja wykładnicza
- 99 Funkcja logarytmiczna

ROZDZIAŁ 4

WIELOMIANY I FUNKCJE WYMIERNE • 103

- 103 Jednomiany, dwumiany, trójmiany
- 104 Działania na jednomianach
- 105 Rozkładanie wielomianów na czynniki
- 108 Równania wielomianowe
- 109 Działania na wyrażeniach wymiernych
- 112 Równania wymierne

ROZDZIAŁ 5

CIĄGI • 115

- 115 Ciąg nieskończony (monotoniczny)
i ciąg skończony
- 119 Ciąg arytmetyczny
- 121 Ciąg geometryczny

ROZDZIAŁ 6 TRYGONOMETRIA • 127

- 127 Podstawowe funkcje i tożsamości trygonometryczne
- 128 Funkcje trygonometryczne kąta ostrego w trójkącie prostokątnym
- 130 Tożsamości trygonometryczne
- 133 Funkcje trygonometryczne dowolnego kąta

ROZDZIAŁ 7 PLANIMETRIA • 139

- 139 Koło i okrąg
- 140 Kąty w kole
- 141 Długość okręgu. Pole koła
- 142 Styczna do okręgu. Twierdzenie o kącie między styczną a cięciwą
- 147 Okrąg i trójkąt
- 151 Twierdzenie Talesa
- 153 Twierdzenie o dwusiecznej kąta
- 158 Pole trójkąta. Twierdzenie sinusów i cosinusów
- 165 Czworokąty
- 172 Własności wielokątów
- 175 Figury podobne

ROZDZIAŁ 8 GEOMETRIA ANALITYCZNA • 179

- 179 Podstawy geometrii
- 180 Postać ogólna równania prostej
- 183 Odległość między punktami w układzie współrzędnych
- 186 Odległość punktu od prostej
- 189 Okrąg w układzie współrzędnych

ROZDZIAŁ 9 STEREOMETRIA • 199

- 199 Graniastosłupy – objętość i pole powierzchni
- 205 Ostrosłupy – objętość i pole powierzchni
- 211 Walec
- 213 Stożek
- 215 Kula i sfera
- 216 Bryły podobne
- 219 Kąty w bryłach

ROZDZIAŁ 10 KOMBINATORYKA • 227

- 227 Silnia, reguła mnożenia, reguła dodawania
- 231 Wariacje bez powtórzeń
- 232 Wariacje z powtórzeniami

ROZDZIAŁ 11 RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA I STATYSTYKA • 237

- 237 Podobieństwo – własności i wartość oczekiwana
- 245 Średnia arytmetyczna, mediana, dominanta

WSTĘP

Drogie Uczennice. Drodzy Uczniowie!

Kompendium matematyka to kompletne zestawienie podstawowych wiadomości z dziedziny matematyki, które zostało opracowane przede wszystkim z myślą o tych z Was, którzy z tym przedmiotem wiążą swoje najbliższe plany edukacyjne. Cała ogólna wiedza matematyczna obowiązująca w szkole średniej została ujęta w jedenastu działach, w których znajdziecie krótko i bardzo przystępnie wyjaśnioną teorię oraz rozwiązane przykłady i zadania wraz z objaśnieniami kolejnych kroków.

Dodatkowo w *Kompendium matematyka* przy każdym dziale znajdziecie wzory, z których będziecie mogli korzystać podczas egzaminu maturalnego z matematyki – abyście już teraz mogli się z nimi zapoznać i nauczyć się z nich korzystać. Dopełnieniem książki są przydatne treści ukryte pod kodami QR, takie jak: tabele, tablice czy zestawienia, a także krótkie filmiki edukacyjne, w których nauczyciel matematyki wyjaśnia konkretne zagadnienia.

Nowoczesna szata graficzna, starannie dobrane kolory i ilustracje, marginesy na notatki własne, przejrzysty układ materiału oraz treści dodatkowe, po które można sięgnąć w każdej chwili, skanując kody QR telefonem, sprawiają, że ta książka inspirowa i zachęca do zdobywania i pogłębiania wiedzy z matematyki, dlatego jest idealna dla uczniów liceum i technikum, którzy w przyszłości będą zdawać maturę z tego przedmiotu. Dzięki kompendium przekonacie się, że matematyczne wyzwania nie są ani trudne, ani nudne, a ich rozwiązywanie jest wciągające i daje naprawdę wiele satysfakcji.

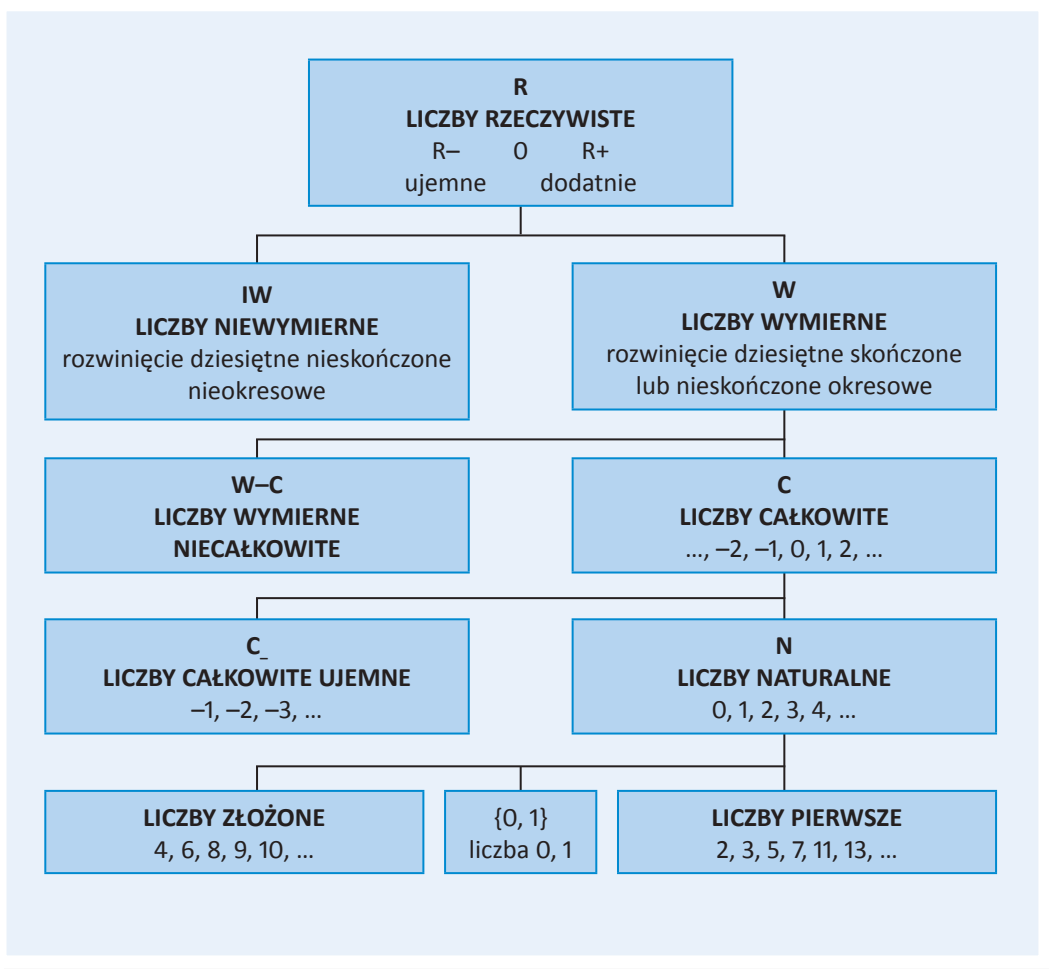
Autorzy i Wydawnictwo GREG



ROZDZIAŁ 1

WYBRANE WŁASNOŚCI LICZB I PODSTAWOWE POJĘCIA ALGEBRY

ZBIÓR LICZB RZECZYWISTYCH I JEGO PODZBIORY



Liczba doskonała – każda liczba naturalna równa sumie wszystkich swoich dzielników właściwych (mniejszych od niej samej). Najmniejszą liczbą doskonałą jest 6, ponieważ $6 = 1 + 2 + 3$, a 1, 2 i 3 są wszystkimi dzielnikami właściwymi liczby 6. Kolejnymi liczbami doskonałymi są: 28, 496, 8128, ... Do tej pory nie wiadomo, czy istnieje jakakolwiek liczba doskonała spośród liczb nieparzystych.



Obejrzyj filmik edukacyjny o zbiorach liczb: filmy.greg.pl/y88dg



DZIAŁANIA NA LICZBACH RZECZYWISTYCH



KOLEJNOŚĆ WYKONYWANIA DZIAŁAŃ

1. Działania matematyczne należy wykonywać w następującej kolejności: potęgowanie i pierwiastkowanie, mnożenie i dzielenie, dodawanie i odejmowanie.
2. Działania o tym samym priorytecie należy wykonywać w kolejności ich występowania od strony lewej do prawej.
3. Jeśli w wyrażeniu występują nawiasy, należy najpierw wykonać działania w nawiasach – zaczynając od najbardziej wewnętrznych. W nawiasach obowiązują zasady przedstawione w punktach 1 i 2.

Dodawanie – działanie, w wyniku którego dwóm określonym liczbom a i b zostaje przy- porządkowana liczba $s = a + b$. Liczby a i b nazywamy **składnikami**, a wynik dodawania s – **sumą**.

Dodawanie podlega prawom:

– przemienności: $a + b = b + a$,

– łączności: $(a + b) + c = a + (b + c)$.

Elementem neutralnym dodawania jest liczba 0 ($a + 0 = 0 + a = a$).

Odejmowanie – działanie, w wyniku którego dwóm określonym liczbom a i b zostaje przyporządkowana liczba r taka, że $b + r = a$. Liczbę a nazywamy **odjemną**, b – **odjemnikiem**, a wynik odejmowania r – **różnicą**. Odejmowanie jest działaniem odwrotnym do dodawania. Nie podlega prawu przemienności oraz łączności.

Mnożenie – działanie, w wyniku którego dwóm określonym liczbom a i b zostaje przyporządkowana liczba $p = a \cdot b$. Liczbę a nazywamy **mnożną**, b – **mnożnikiem**, a wynik mnożenia p – **iloczynem**. Liczby a i b łącznie określamy także mianem **czynników**.

Mnożenie podlega prawom:

- przemienności: $a \cdot b = b \cdot a$,
- łączności: $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$,
- rozdzielności względem dodawania: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$,
- rozdzielności względem odejmowania: $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$, Elementem neutralnym mnożenia jest liczba 1 ($a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$).

Dzielenie – działanie, w wyniku którego dwóm określonym liczbom a i b , z których $b \neq 0$, zostaje przyporządkowana liczba q taka, że $b \cdot q = a$. Liczbę a nazywamy **dzielną**, b – **dzielnikiem**, a wynik dzielenia q – **ilorazem**. Dzielenie jest działaniem odwrotnym do mnożenia. Nie podlega prawu przemienności oraz łączności.

PRZYKŁAD

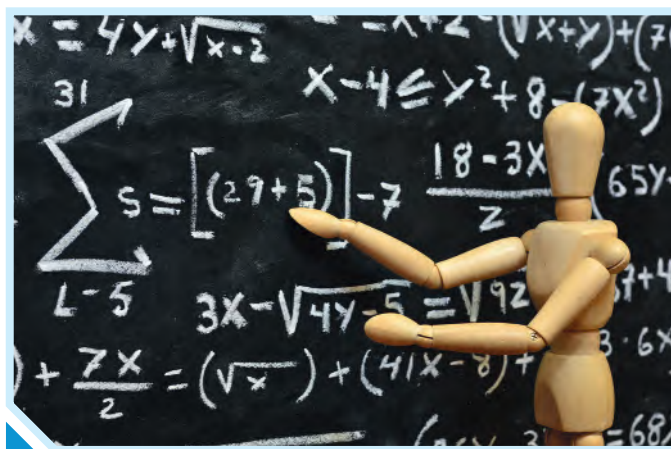
Jeżeli w wyrażeniu arytmetycznym jest tylko mnożenie i dzielenie, nie ma innych działań ani nawiasów, wówczas wykonujemy je w kolejności występowania (od lewej do prawej), np.

$$8 : 4 \cdot 2 = 2 \cdot 2 = 4$$

Jeżeli w wyrażeniu arytmetycznym jest tylko dodawanie i odejmowanie, nie ma innych działań ani nawiasów, to wykonujemy je w kolejności ich występowania (od lewej do prawej), np.

$$4 - 10 + 3 = -6 + 3 = -3$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot 5 - 3 \left((7 \cdot 2 - 12 : 3 \cdot 4)^2 + 2 \right) &= 10 - 3 \left((14 - 4 \cdot 4)^2 + 2 \right) = \\ &= 10 - 3 \left((14 - 16)^2 + 2 \right) = 10 - 3 \left((-2)^2 + 2 \right) = 10 - 3(4 + 2) = \\ &= 10 - 3 \cdot 6 = 10 - 18 = -8 \end{aligned}$$



ROZWIĄZANIE:

$$\frac{(ab)^{-5} : b^6}{a^{-8} b^{10}} = \frac{a^{-5} b^{-5} : b^6}{a^{-8} b^{10}} = \frac{a^{-5} b^{-11}}{a^{-8} b^{10}} = a^3 b^{-21}$$

$$a \neq 0, b \neq 0$$

W mianowniku nie może być zera.

Aby obliczyć pierwiastek kwadratowy z liczby $a > 0$, należy:

- 1) przedstawić ją w postaci iloczynu $a = x \cdot 10^{2n}$, gdzie $1 \leq x < 100$ oraz $n \in \mathbb{C}$;
- 2) zastosować wzór $\sqrt{a} = \sqrt{x \cdot 10^{2n}} = \sqrt{x} \cdot 10^n$;
- 3) odczytać z tablicy wartości \sqrt{x} ;
- 4) dokonać obliczenia $\sqrt{a} = \sqrt{x} \cdot 10^n$.

PIERWIĄSTKI

Pierwiastkiem arytmetycznym n -tego stopnia, gdzie $n \in \mathbb{N}$, $n \neq 0$, $n \neq 1$, z nieujemnej liczby a nazywamy taką nieujemną liczbę b , dla której $b^n = a$:

$$\sqrt[n]{a} = b, \text{ jeśli } b^n = a$$

Pierwiastek stopnia drugiego nazywamy **kwadratowym**. Wtedy zachodzi zależność:

$$\sqrt{a} = b, \text{ jeśli } b^2 = a$$

Pierwiastek stopnia trzeciego nazywamy **sześciennym**:

$$\sqrt[3]{a} = b, \text{ jeśli } b^3 = a$$

Jeśli stopień pierwiastka jest liczbą nieparzystą, to definicję pierwiastka możemy rozszerzyć także dla liczb ujemnych:

$$\sqrt[n]{a} = b, \text{ jeśli } b^n = a, \quad a \in \mathbb{R}$$

Na przykład: $\sqrt[3]{-1} = -1$, bo $(-1)^3 = -1$; $\sqrt[3]{-8} = -2$, bo $(-2)^3 = -8$

DZIAŁANIA NA PIERWIĄSTKACH

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}, \quad a, b \geq 0$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, \quad a \geq 0, b > 0$$

$$\sqrt[3]{a \cdot b} = \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{b}$$

$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}, \quad b \neq 0$$



Obejrzyj filmik edukacyjny o pierwiastkach: filmy.greg.pl/7938k



DLA DOCIEKLIWYCH
Tablica pierwiastków kwadratowych



DLA DOCIEKLIWYCH
Tablica pierwiastków sześciennych



ZAD. 1 Działania na pierwiastkach

Wykonaj działanie:

$$\frac{5}{2\sqrt{5}} - 6\sqrt{5}$$

ROZWIĄZANIE:

$$\begin{aligned} \frac{5}{2\sqrt{5}} - 6\sqrt{5} &= \frac{5}{2\sqrt{5}} - \frac{6\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \\ &= \frac{5}{2\sqrt{5}} - \frac{60}{2\sqrt{5}} = -\frac{55}{2\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \\ &= -\frac{55\sqrt{5}}{10} = -\frac{11\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

Sporządzamy ułamki do wspólnego mianownika.

Usuujemy niewymierność z mianownika.

ZAD. 2 Działania na pierwiastkach

Oblicz:

a) $\sqrt[3]{-\frac{1}{1000} \cdot \frac{125}{8}}$

b) $\sqrt[3]{3\frac{3}{8} \cdot (-0,008)}$

ROZWIĄZANIE:

$$\begin{aligned} \text{Ad a)} \quad \sqrt[3]{-\frac{1}{1000} \cdot \frac{125}{8}} &= \sqrt[3]{-\frac{1}{1000}} \cdot \sqrt[3]{\frac{125}{8}} = \\ &= -\frac{1}{10} \cdot \frac{5}{2} = -\frac{5}{20} = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

Pierwiastek iloczynu jest iloczynem pierwiastków.

$$\text{Ad b)} \quad \sqrt[3]{3\frac{3}{8} \cdot (-0,008)} = \sqrt[3]{\frac{27}{8}} \cdot \sqrt[3]{-\frac{8}{1000}} = \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{2}{10}\right) = -\frac{3}{10}$$

ZAD. 3 Działania na pierwiastkachLiczba $\sqrt{10^2 + \sqrt{21}^2}$ jest równa:A. $10 + \sqrt{21}$ B. $10\sqrt{21}$ C. $\sqrt{210}$ D. 11

ROZWIĄZANIE:

$$\sqrt{10^2 + \sqrt{21}^2} = \sqrt{100 + 21} = \sqrt{121} = 11$$

ODPOWIEŹ: D.

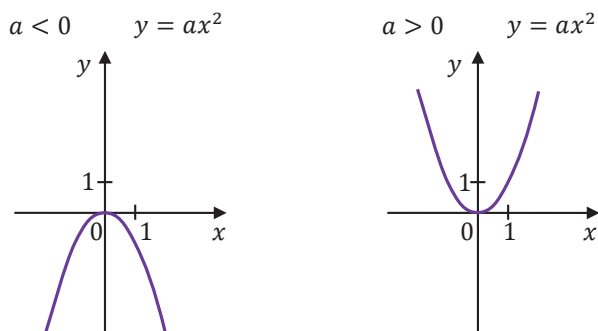
Pamiętaj, że najpierw wykonujemy działania pod pierwiastkiem.

Pewniak
na teściePewniak
na teściePewniak
na teście

Możesz też zeskanować kod QR i pobrać wszystkie Wybrane wzory matematyczne na egzamin maturalny z matematyki



Gdy $a < 0$, to ramiona paraboli skierowane są ku dołowi. Gdy $a > 0$, to ramiona paraboli skierowane są ku górze.



- Liczba miejsc zerowych funkcji kwadratowej $f(x) = ax^2 + bx + c$

(liczba pierwiastków trójmianu kwadratowego, liczba rzeczywistych rozwiązań równania kwadratowego $ax^2 + bx + c = 0$) zależy od wyróżnika Δ :

1. jeżeli $\Delta > 0$, to funkcja kwadratowa ma dwa miejsca zerowe (trójmian kwadratowy ma dwa różne pierwiastki rzeczywiste, równanie kwadratowe ma dwa rozwiązania rzeczywiste):

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

2. jeżeli $\Delta = 0$, to funkcja kwadratowa ma dokładnie jedno miejsce zerowe (trójmian kwadratowy ma jeden pierwiastek, równanie kwadratowe ma dokładnie jedno rozwiązanie rzeczywiste):

$$x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

3. jeżeli $\Delta < 0$, to funkcja kwadratowa nie ma miejsc zerowych (trójmian kwadratowy nie ma pierwiastków rzeczywistych, równanie kwadratowe nie ma rozwiązań rzeczywistych).

- Postać kanoniczna funkcji kwadratowej:

$$f(x) = a(x - p)^2 + q$$

- Jeżeli $\Delta \geq 0$, to funkcję kwadratową można przedstawić w postaci iloczynowej:

$$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$$

- Wzory Viète'a

Jeżeli $\Delta \geq 0$, to

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

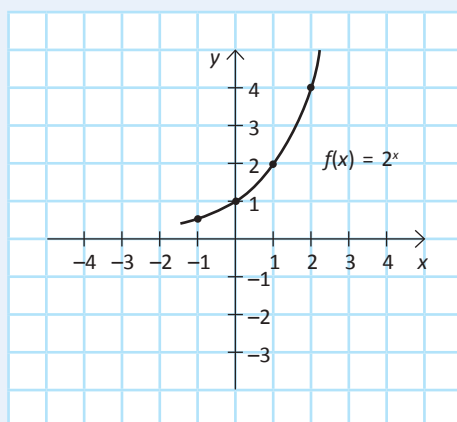
FUNKCJA WYKŁADNICZA

Funkcję daną wzorem $f(x) = a^x$, gdzie $a > 0$ i $a \neq 1$, nazywamy **funkcją wykładniczą**.

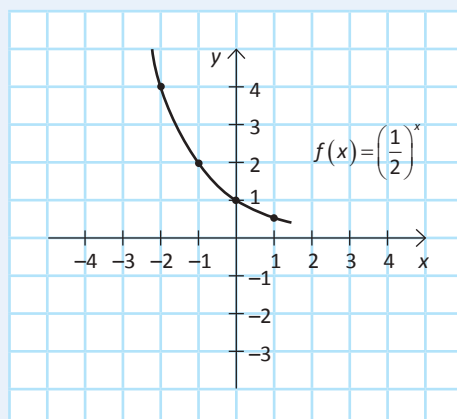
Podstawowe własności funkcji wykładniczej:

jej dziedziną jest zbiór \mathbb{R}

zbiorem wartości jest zbiór $(0, \infty)$



jeśli $a > 1$, to funkcja jest rosnąca w całej swojej dziedzinie



jeśli $0 < a < 1$, to funkcja jest malejąca w całej swojej dziedzinie.



Obejrzyj filmik
edukacyjny
o funkcji
wykładniczej
i logarytmicznej:
filmy.greg.pl/h6e6k



Trenuj
umiejętności,
analizując
rozwiązania
zadań!

ZAD. 1 Twierdzenie Talesa

Proste k i l przecinają się w punkcie S . Proste m, n, p są do siebie równoległe i przecinają obie proste k i l w sposób przedstawiony na rysunku.

Dokończ zdanie. Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

Długość odcinka x wynosi:

- A. 10 B. 9 C. 4,9 D. 8,5

ROZWIĄZANIE:

Z twierdzenia Talesa możemy ułożyć kilka proporcji z odcinków utworzonych na górnym i dolnym ramieniu kąta, np.

$$\frac{10,5}{15} = \frac{7}{x}$$

Zwróćmy uwagę na konsekwencję tworzenia ułamków, np. jeśli w liczniku pierwszego ułamka wstawiliśmy długość odcinka z górnego ramienia, to w liczniku drugiego ułamka też musimy wstawić długość odcinka z górnego ramienia.

$$10,5x = 7 \cdot 15$$

$$x = \frac{105}{10,5}$$

Korzystamy z własności proporcji „mnożenia na krzyż”.

$$x = 10$$

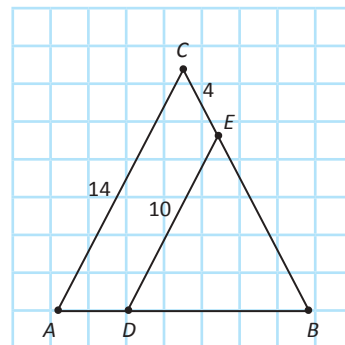
Dzielimy równanie obustronnie przez 10,5.

ODPOWIEDŹ: A

ZAD. 2 Twierdzenie Talesa

Odcinki AC i DE są równoległe. Ponadto długości odcinków AC, DE, EC wynoszą odpowiednio 14, 10, 4 (zobacz rysunek).

Wskaż poprawną odpowiedź A, B lub C oraz jej uzasadnienie 1., 2. albo 3.



Długość odcinka EB jest równa

A.	$\frac{20}{7}$,	ponieważ	1.	zachodzi proporcja $\frac{ EB }{10} = \frac{ EB + 4}{14}$.
B.	10,		2.	zachodzi proporcja $\frac{ EB }{10} = \frac{4}{14}$.
C.	6,4,		3.	zachodzi proporcja $\frac{10}{14} = \frac{4}{ EB }$.

ROZWIĄZANIE:

Odcinki AC i DE są równoległe, więc, korzystając z twierdzenia Talesa, możemy ułożyć proporcję w postaci np.

$$\frac{|EB|}{10} = \frac{|EB|+4}{14}$$

$$14 \cdot |EB| = 10 \cdot (|EB| + 4)$$

$$14 \cdot |EB| = 10 \cdot |EB| + 40$$

$$4 \cdot |EB| = 40$$

$$|EB| = 10$$

$$|EC| = 4$$

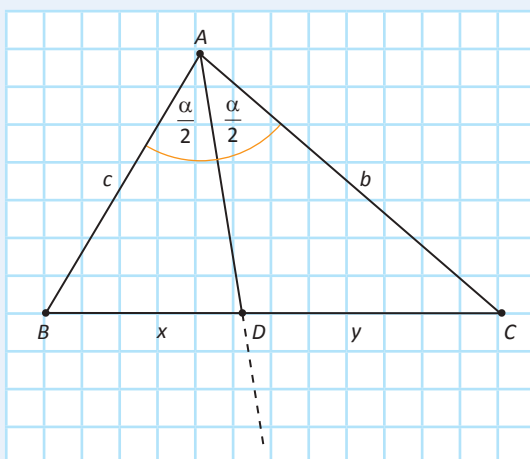
Poprawną proporcją będzie również:

$$\frac{14}{10} = \frac{|EB|+4}{|EB|}$$

ODPOWIEDŹ: B, 1

TWIERDZENIE O DWUSIECZNEJ KĄTA

- Dwusieczna kąta w trójkącie dzieli przeciwległy bok na odcinki proporcjonalne do pozostałych boków trójkąta.



$$\frac{x}{y} = \frac{c}{b}$$



Obejrzyj filmik edukacyjny o dwusiecznej kąta: filmy.greg.pl/e6hh9



Ważne! Ta proporcja jest jedną z wielu prawdziwych. Przyjmując oznaczenia jak na rysunku, można ułożyć proporcję, postaci np. $\frac{x}{c} = \frac{y}{b}$.

- Wariacje bez powtórzeń

Liczba wszystkich sposobów, na które z n różnych elementów można utworzyć ciąg, składający się z k różnych wyrazów ($1 \leq k \leq n$), jest równa

$$\frac{n!}{(n-k)!} = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot (n-k+1)$$



RACHUNEK PRAWDOPODOBIENSTWA I STATYSTYKA

PODOBIENSTWO – WŁASNOŚCI I WARTOŚĆ OCZEKIWANA

ALGEBRA ZDARZEŃ

Przestrzenią zdarzeń elementarnych (przestrzenią wyników) nazywamy zbiór wszystkich możliwych wyników doświadczenia losowego.

Zdarzeniem elementarnym nazywamy każdy jednoelementowy podzbiór przestrzeni wyników.

Zdarzeniem (zdarzeniem losowym) nazywamy każdy podzbiór przestrzeni wyników.

W rachunku prawdopodobieństwa stosujemy następujące oznaczenia i określenia:

- Ω – przestrzeń wyników,
- $\{\omega_1\}, \{\omega_2\}, \{\omega_3\}, \dots, \{\omega_n\}$ – zdarzenia elementarne,
- **A, B, C, ...** – zdarzenie losowe,
- \emptyset – zdarzenie niemożliwe,
- Ω – zdarzenie pewne,
- **A'** – zdarzenie przeciwne do zdarzenia A, tzn. $A' = \Omega - A$
- **A \cup B** – suma zdarzeń A i B,
- **A \cap B** – iloczyn zdarzeń A i B,
- **A - B** – różnica zdarzeń A i B,
- **A \cap B = \emptyset** – zdarzenia A i B wykluczają się,
- **A = B** – zdarzenia A i B są identyczne,

Ω – duża litera alfabetu greckiego, czyt. „omega”.
 ω – mała litera alfabetu greckiego, czyt. „omega”.

- Mediana

Medianą uporządkowanego w kolejności niemalejącej zbioru n danych liczbowych a_1, a_2, \dots, a_n jest:

– dla n nieparzystych: $a_{\frac{n+1}{2}}$ (środkowy wyraz ciągu)

– dla n parzystych: $\frac{1}{2} \cdot (a_{\frac{n}{2}} + a_{\frac{n}{2}+1})$ (średnia arytmetyczna dwóch środkowych wyrazów ciągu)

- Wariancja i odchylenie standardowe

Wariancja σ^2 danych liczbowych a_1, a_2, \dots, a_n o średniej arytmetycznej \bar{a} jest równa:

$$\sigma^2 = \frac{(a_1 - \bar{a})^2 + (a_2 - \bar{a})^2 + \dots + (a_n - \bar{a})^2}{n}$$

Prawdziwa jest też równość:

$$\sigma^2 = \frac{(a_1)^2 + (a_2)^2 + \dots + (a_n)^2}{n} - (\bar{a})^2$$

Odchylenie standardowe σ jest pierwiastkiem kwadratowym z wariancji:

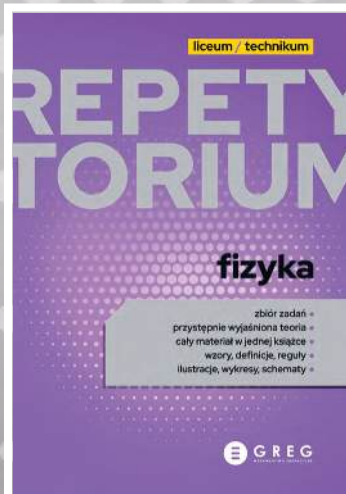
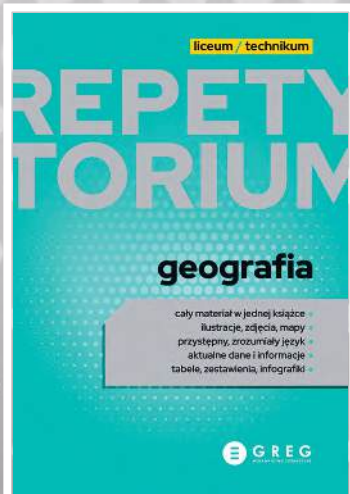
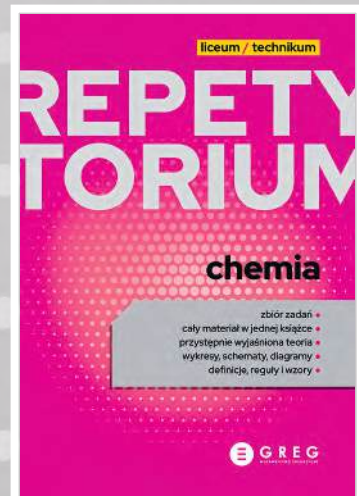
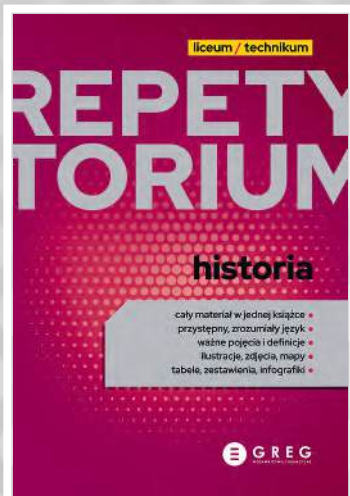
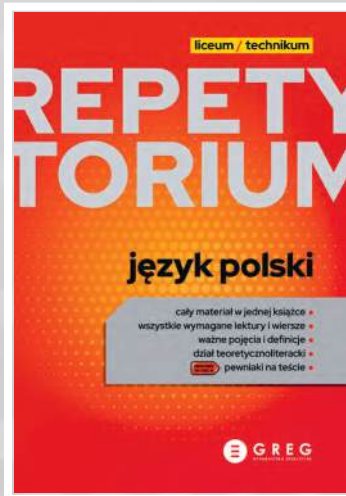
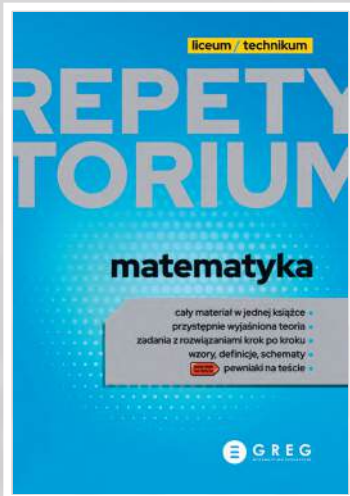
$$\sigma = \sqrt{\frac{(a_1 - \bar{a})^2 + (a_2 - \bar{a})^2 + \dots + (a_n - \bar{a})^2}{n}}$$

Możesz też zeskanować kod QR i pobrać wszystkie Wybrane wzory matematyczne na egzamin maturalny z matematyki

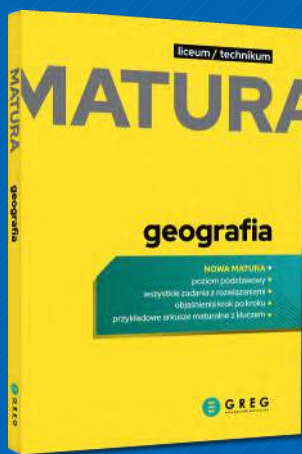
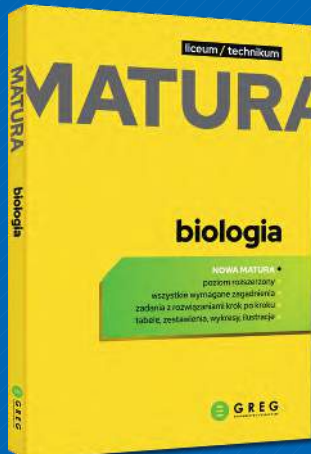
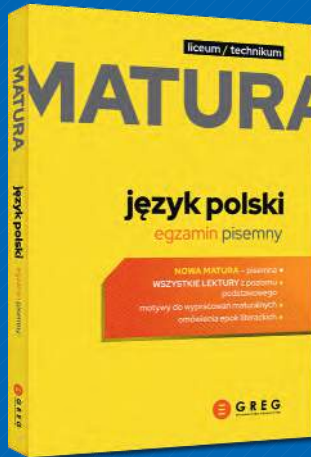
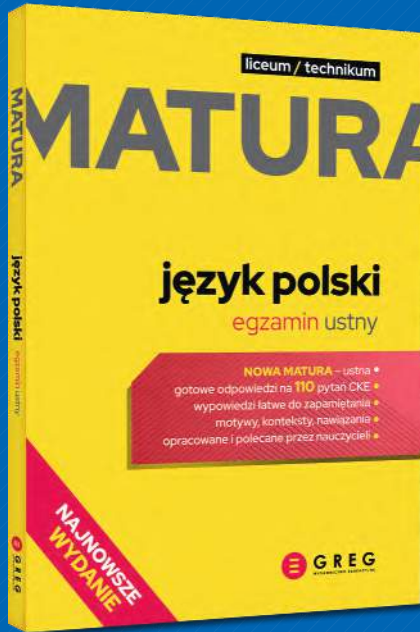


Aktualne, zawierające wszystkie niezbędne informacje i bogaty materiał ilustracyjny – najlepsze repetytoria dla uczniów liceum i technikum.

Wiemy, jak dobrze przygotować się do matury!



NOWA MATURA

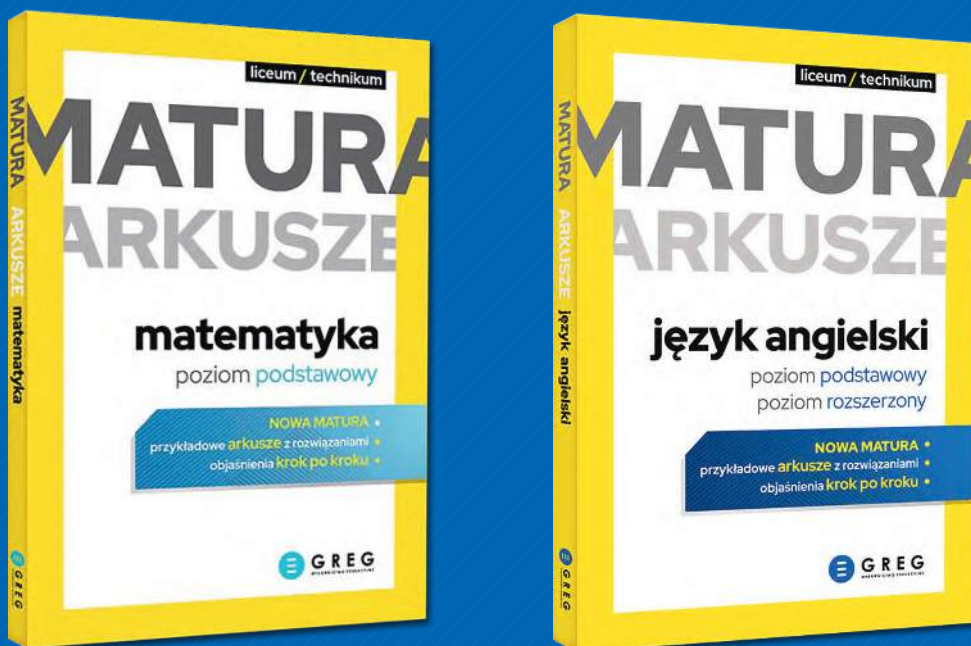
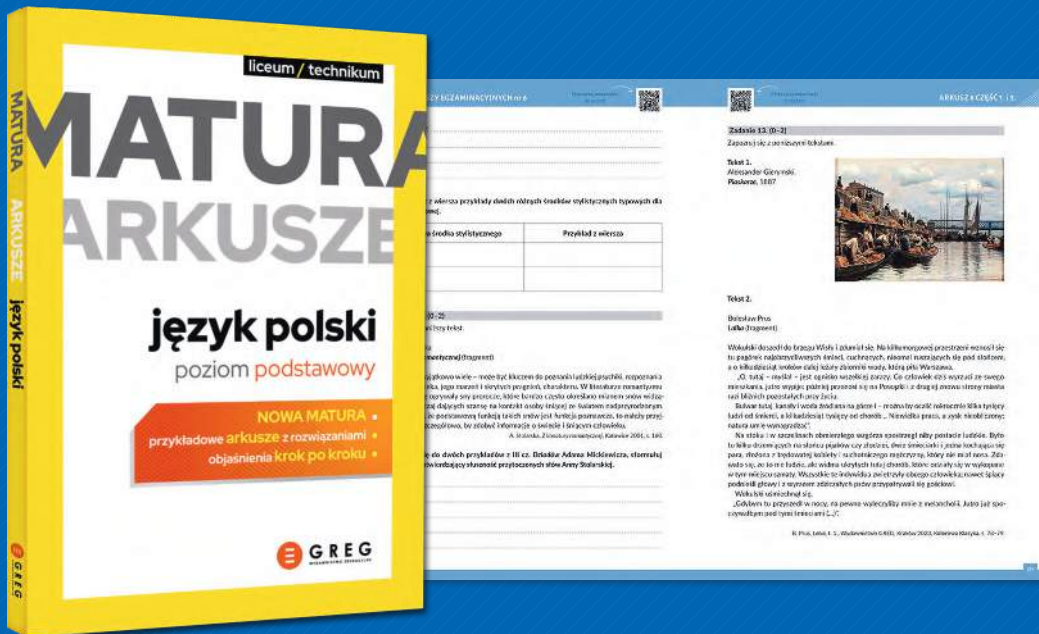


NOWOŚĆ!



KUP PAKIET
I ZDAJ
NA 100%!

Nie panikuj!



Z naszymi książkami na pewno się uda!

Pełnej oferty szukaj w najlepszych księgarniach i na www.greg.pl!

KOMPENDIUM

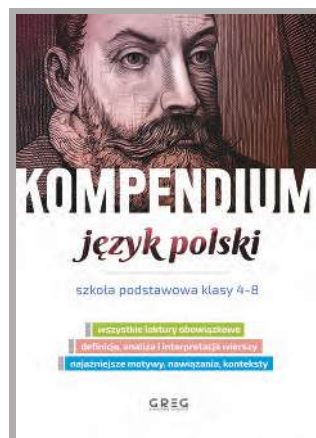
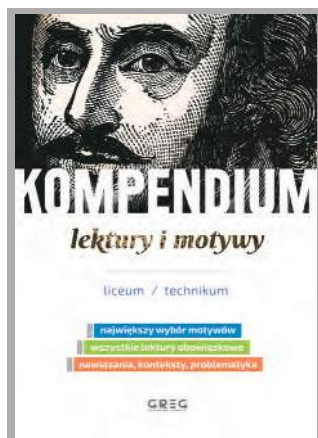
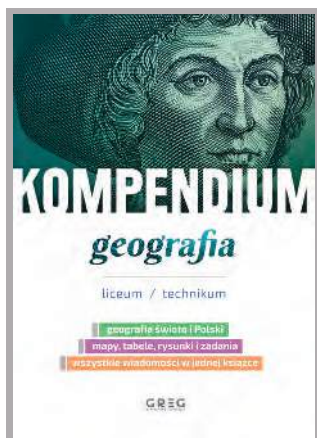
matematyka

Ta książka to propozycja dla **absolwentów szkół podstawowych**, którzy lubią matematykę i z tym przedmiotem wiążą swoje plany edukacyjne.

Tu znajdą **logiczny układ treści, niezbędne definicje, zwięzłą teorię** oraz starannie dobrane **zdania z objaśnieniami krok po kroku**. Kompedium zawiera także niezbędne **wzory, rysunki, przykłady obliczeń** oraz przydatne **materiały dodatkowe oraz filmiki z udziałem nauczyciela matematyki** zamieszczone pod **kodami QR**, a także praktyczne zastosowanie wybranych wzorów matematycznych, które przydadzą się na egzaminie maturalnym z matematyki.

Kompedium matematyka to inspiracja i zachęta do poszerzania wiedzy matematycznej!

w serii ukazały się:



GREG
WYDAWNICTWO

Wydawnictwo GREG
ul. Klasztorna 2B ■ 31-979 Kraków
www.greg.pl

ISBN 978-83-8186-130-4



9 788381 861304