

NOWY  
**EGZAMIN**  
ÓSMOKLASISTY

na  
100%

**REPETYTORIUM**

**MATEMATYKA**

**ZGODNE**  
Z WYMAGANIAMI  
**CKE**

kompletne  
przygotowanie  
do egzaminu

pewniaki  
na test

zadania  
z rozwiązaniami



**G R E G**  
WYDAWNICTWO EDUKACYJNE

NOWY *na 100%*  
**EGZAMIN**  
**ÓSMOKLASISTY**

## **REPETYTORIUM**

---

## **MATEMATYKA**

---

Autor:  
Roman Gancarczyk

Wykorzystano materiały:  
Marleny Andrzejczak, Julii Lewickiej (odpowiedzi do zadań CKE), Marty Lichosik, Lucyny Butowskiej (zadania)

Nadzór merytoryczny:  
Adam Konstantynowicz, Dorota Kożuch, Julia Lewicka, Angela Łakomy, Bernadetta Szkarłat

Redaktor prowadzący:  
Agnieszka Antosiewicz

Korekta:  
Paulina Roszak-Niemirska, Szymon Rój, Karolina Rymut-Kościelniak, Maria Zagnińska

ISBN 978-83-8186-197-7

© Copyright by Wydawnictwo GREG® Sp. z o.o.  
Kraków

Wydanie II

Wydawnictwo GREG®  
ul. Klasztorna 2B  
31-979 Kraków  
tel. 12 680 15 50  
[www.greg.pl](http://www.greg.pl)

Księgarnia internetowa: [www.greg.pl](http://www.greg.pl)

Znak firmowy GREG® zastrzeżony w Urzędzie Patentowym RP.  
Wszystkie prawa zastrzeżone.  
Żadna część niniejszej publikacji nie może być reprodukowana  
lub przedrukowana bez pisemnej zgody Wydawnictwa GREG®.

Skład i łamanie:  
Pracownia Register

Wykorzystano ilustracje: Artur. B, s. 5, 6; Red Fox studio, s. 154; Vector Uzan, s. 193 / Shutterstock.com

Okładka:  
Aleksandra Zimoch

NOWY *na*  
**EGZAMIN** *100%*  
ÓSMOKLASISTY

**REPETYTORIUM**  
.....  
**MATEMATYKA**  
.....



# Spis treści

## INFORMACJE

### Egzamin ósmoklasisty

Jak wygląda egzamin ósmoklasisty? .....	5
Egzamin z matematyki – opis .....	6
Wymagania egzaminacyjne od 2024 roku .....	8
Strategia rozwiązywania zadań zamkniętych .....	12
Strategia rozwiązywania zadań otwartych .....	12

Teoria

Zadania CKE

## LICZBY NATURALNE, LICZBY CAŁKOWITE

Liczby naturalne – dziesiętkowy układ pozycyjny .....	13
Cechy podzielności liczb naturalnych .....	14
Dzielenie z resztą liczb naturalnych .....	14
Rozkład liczby naturalnej na czynniki pierwsze .....	15
Liczby naturalne na osi liczbowej .....	16
Zaokrąglenie liczb naturalnych .....	16
Liczby całkowite .....	18
Porównywanie liczb całkowitych .....	18
Działania w zbiorze liczb całkowitych .....	19
Liczby rzymskie .....	22
Największy wspólny dzielnik (NWD) i najmniejsza wspólna wielokrotność (NWW) .....	24
Liczby ujemne i ich zastosowanie .....	24
Wartość bezwzględna .....	25
Zadania CKE z ubiegłych lat .....	26

Pełne rozwiązania  
do zadań CKE  
pod kodem QR!



[egzamin.greg.pl/  
matematyka](http://egzamin.greg.pl/matematyka)

## UŁAMKI ZWYKŁE I DZIESIĘTNE

Postać ułamka zwykłego .....	30
Skracanie i rozszerzanie ułamka zwykłego .....	30
Ułamki właściwe, ułamki niewłaściwe, liczby mieszane .....	32
Działania na ułamkach zwykłych .....	33
Ułamki zwykłe na osi liczbowej .....	39
Porównywanie ułamków zwykłych .....	40
Ułamki dziesiętne – działania na ułamkach dziesiętnych .....	41
Zamiana ułamków zwykłych na dziesiętne i ułamków dziesiętnych na zwykłe .....	44
Liczby dziesiętne na osi liczbowej .....	46
Porównywanie liczb dziesiętnych .....	46
Zaokrąglenie liczb dziesiętnych .....	47
Ułamki dziesiętne i wyrażenia dwumianowane .....	47
Działania na ułamkach zwykłych i dziesiętnych .....	48
Zadania CKE z ubiegłych lat .....	54

# Spis treści

Teoria

Zadania CKE

## OBLICZENIA PROCENTOWE, OBLICZENIA PRAKTYCZNE

Obliczenia procentowe w pamięci .....	57
Bardziej zaawansowane obliczenia procentowe .....	58
Obliczenia zegarowe .....	67
Obliczenia z jednostkami długości .....	68
Obliczenia z jednostkami masy .....	69
Skala .....	69
Prędkość, droga, czas .....	71
Zadania CKE z ubiegłych lat .....	72

## POTĘGI I PIERWIĄTKI

Potęga o wykładniku całkowitym dodatnim jako iloczyn jednakowych czynników .....	77
Własności dotyczące działań na potęgach .....	78
Pierwiastki kwadratowe i sześciennie .....	83
Szacowanie wartości pierwiastków .....	84
Zadania CKE z ubiegłych lat .....	86

## WYRAŻENIA ALGEBRAICZNE

Zapisywanie i odczytywanie wyrażeń algebraicznych .....	89
Wartość liczbową wyrażeń algebraicznych .....	91
Jednomiany .....	92
Sumy algebraiczne .....	94
Mnożenie sum algebraicznych przez jednomian .....	96

## RÓWNANIA

Równania pierwszego stopnia z jedną niewiadomą .....	98
Przekształcanie wzorów .....	105
Zadania CKE z ubiegłych lat .....	107

## PROPORCJONALNOŚĆ PROSTA

Wielkości wprost proporcjonalne .....	109
Podział proporcjonalny .....	112
Zadania CKE z ubiegłych lat .....	113

## PROSTE, ODCINKI, KĄTY

Punkt, prosta, półprosta, odcinek .....	115
Wzajemne położenie dwóch prostych na płaszczyźnie .....	116
Kąty .....	118
Rysowanie i mierzenie kątów .....	119
Kąty przyległe, kąty wierzchołkowe .....	120
Zadania CKE z ubiegłych lat .....	122

# Spis treści

Teoria

Zadania CKE

## GEOMETRIA NA PŁASZCZYŹNIE, WIELOKĄTY

Trójkąty i ich własności, klasyfikacja trójkątów .....	123
Czworokąty i ich własności .....	128
Wielokąty foremne .....	134
Pola i obwody wielokątów .....	135
Twierdzenie Pitagorasa .....	139
Trójkąty o kątach $90^\circ$ , $45^\circ$ , $45^\circ$ oraz $90^\circ$ , $30^\circ$ , $60^\circ$ .....	145
Koło i okrąg .....	152
Zadania CKE z ubiegłych lat .....	156

*W całej książce  
pewniaki  
na teście!*

## PROSTOKĄTNY UKŁAD WSPÓLRZĘDNYCH NA PŁASZCZYŹNIE

Oś liczbowa .....	165
Punkty kratowe na prostej .....	165
Współrzędne punktów w prostokątnym układzie współrzędnych .....	166

## GEOMETRIA PRZESTRZENNA

Gnaniastosłupy proste .....	169
Kąty w gnaniastosłupach .....	171
Prostopadłościan, sześcián .....	171
Pole powierzchni i objętość gnaniastosłupów .....	173
Ostrosłupy proste prawidłowe .....	179
Pole powierzchni i objętość ostrosłupów .....	180
Bryły obrotowe: walec, stożek, kula .....	185
Zadania CKE z ubiegłych lat .....	188

## WPROWADZENIE DO KOMBINATORYKI I RACHUNKU PRAWDOPODOBIENSTWA

Zbiory obiektów .....	193
Doświadczenia losowe i prawdopodobieństwo .....	195
Zadania CKE z ubiegłych lat .....	198

## ODCZYTYWANIE DANYCH, ELEMENTY STATYSTYKI OPISOWEJ

Odczytywanie i interpretacja danych .....	200
Średnia arytmetyczna .....	202
Zadania CKE z ubiegłych lat .....	204

## ZADANIA TEKSTOWE

Etapy rozwiązywania zadań tekstowych .....	209
Zadania tekstowe – rozwiązywanie zadań .....	209
Zadania CKE z ubiegłych lat .....	220

Klucz .....	223
-------------	-----

# Egzamin ósmoklasisty

## Jak wygląda egzamin ósmoklasisty?

Egzamin ósmoklasisty jest **egzaminem obowiązkowym**. Każdy uczeń, który chce ukończyć szkołę, musi do niego przystąpić.

### KIEDY?

Egzamin odbędzie się **w maju**.

**DZIEŃ 1**  
Egzamin  
z języka  
polskiego



trwa  
**150**  
minut

**DZIEŃ 2**  
Egzamin  
z matematyki



trwa  
**125**  
minut

**DZIEŃ 3**  
Egzamin  
z języka obcego  
nowożytnego



trwa  
**110**  
minut



Spokojnie, dodatkowo każdy uczeń będzie miał **5 minut** na sprawdzenie przeniesienia odpowiedzi na kartę odpowiedzi.

### A JAK NIE ZDAM?

Nie określono minimalnego wyniku, co oznacza, że egzaminu **ósmoklasisty nie można nie zdać!**

**Wyniki będą wyrażone w procentach i zostaną ogłoszone w dniu zakończenia roku szkolnego.**

Jeśli zależy Ci na dostaniu się do wymarzonej szkoły ponadpodstawowej, starannie się przygotuj – **wynik egzaminu będzie brany pod uwagę w procesie rekrutacji do szkół ponadpodstawowych.**

### CO TRZEBA MIEĆ ZE SOBĄ?



- ▶ ważną legitymację szkolną
- ▶ długopis lub pióro z **czarnym** tuszem, atramentem
- ▶ linijkę (na egzamin z matematyki. Uwaga! **Rysunki też wykonujemy długopisem, nie ołówkiem!**)

### CZEGO NIE WOLNO ZABRAĆ NA SALĘ EGZAMINACYJNĄ?



- ▶ żadnych urządzeń telekomunikacyjnych (telefon komórkowy, odtwarzacze mp3, mp4 i wszelkie urządzenia tego typu, smartwatche)
- ▶ żadnych dodatkowych materiałów (fragmentów podręczników, opracowań, notatek)
- ▶ słownika
- ▶ kalkulatora

### JAK WYGLĄDA ARKUSZ?

Arkusze egzaminacyjne to nic innego jak zestaw zadań, które trzeba rozwiązać podczas egzaminu. Składają się z zeszytu zadań egzaminacyjnych oraz karty odpowiedzi. Na karcie odpowiedzi należy zaznaczyć odpowiedzi do zadań zamkniętych.

- ▶ **Przeczytaj uważnie pierwszą stronę arkusza – tam znajdują się instrukcje, jak należy wypełniać arkusz.** Dzięki temu unikniesz błędów przy zaznaczaniu odpowiedzi.
- ▶ **Pamiętaj, żeby nie podpisywać arkusza imieniem i nazwiskiem!** Otrzymasz kod identyfikacyjny, który trzeba przepisać w wyznaczone miejsce na pierwszej stronie arkusza oraz naklejki, które trzeba nakleić w wyznaczone miejsce arkusza i karty odpowiedzi.

# Wymagania egzaminacyjne od 2024 roku

**KSIĄŻKA ZOSTAŁA PRZYGOTOWANA TAK, BY PO KOLEI REALIZOWAĆ PONIŻSZE WYMAGANIA.**

**UCZĄC SIĘ, ZAZNACZAJ, CO JUŻ UMIESZ! ☑**

## ► I. Liczby naturalne w dziesiętkowym układzie pozycyjnym. Uczeń:

- zapisuje i odczytuje liczby naturalne wielocyfrowe;
- interpretuje liczby naturalne na osi liczbowej;
- porównuje liczby naturalne;
- zaokrągla liczby naturalne;
- liczby w zakresie do 3000 zapisane w systemie rzymskim przedstawia w systemie dziesiętkowym, a zapisane w systemie dziesiętkowym przedstawia w systemie rzymskim.

## ► II. Działania na liczbach naturalnych. Uczeń:

- dodaje i odejmuje w pamięci liczby naturalne dwucyfrowe lub większe, liczbę jednocyfrową dodaje do dowolnej liczby naturalnej i odejmuje od dowolnej liczby naturalnej;
- dodaje i odejmuje liczby naturalne wielocyfrowe sposobem pisemnym;
- mnoży i dzieli liczbę naturalną przez liczbę naturalną jednocyfrową lub dwucyfrową sposobem pisemnym;
- stosuje wygodne dla siebie sposoby ułatwiające obliczenia, w tym przemienność i łączność dodawania oraz mnożenia;
- porównuje liczby naturalne z wykorzystaniem ich różnicy lub ilorazu;
- rozpoznaje liczby podzielne przez 2, 3, 4, 5, 9, 10, 100;
- rozpoznaje liczbę złożoną, gdy jest ona jednocyfrowa lub dwucyfrowa, a także gdy na istnienie dzielnika właściwego wskazuje cecha podzielności;
- oblicza kwadraty i sześciany liczb naturalnych;
- stosuje reguły dotyczące kolejności wykonywania działań;
- znajduje największy wspólny dzielnik (NWD) i najmniejszą wspólną wielokrotność (NWW) dwóch liczb naturalnych co najwyżej trzycyfrowych metodą rozkładu na czynniki – rozkład liczby naturalnej na czynniki pierwsze ograniczono do przypadków dotyczących liczb co najwyżej trzycyfrowych;
- wyznacza wynik dzielenia z resztą liczby  $a$  przez liczbę  $b$  i zapisuje liczbę  $a$  w postaci:  $a = b \cdot q + r$ , gdzie  $0 \leq r < b$ .

## ► III. Liczby całkowite. Uczeń:

- podaje praktyczne przykłady stosowania liczb ujemnych;
- interpretuje liczby całkowite na osi liczbowej;
- oblicza wartość bezwzględną;
- porównuje liczby całkowite;
- wykonuje proste rachunki pamięciowe na liczbach całkowitych.

## ► IV. Ułamki zwykłe i dziesiętne. Uczeń:

- opisuje część danej całości za pomocą ułamka;
- przedstawia ułamek jako iloraz liczb naturalnych, a iloraz liczb naturalnych jako ułamek;
- skraca i rozszerza ułamki zwykłe;
- sprowadza ułamki zwykłe do wspólnego mianownika;
- przedstawia ułamki niewłaściwe w postaci liczby mieszanej, a liczbę mieszaną w postaci ułamka niewłaściwego;
- zapisuje wyrażenia dwumianowane w postaci ułamka dziesiętnego i odwrotnie;
- zaznacza ułamki zwykłe i dziesiętne na osi liczbowej oraz odczytuje ułamki zwykłe i dziesiętne zaznaczone na osi liczbowej;
- zapisuje ułamki dziesiętne skończone w postaci ułamków zwykłych;
- zamienia ułamki zwykłe o mianownikach będących dzielnikami liczb 10, 100, 1000 itd. na ułamki dziesiętne skończone dowolną metodą (przez rozszerzanie lub skracanie ułamków zwykłych, dzielenie licznika przez mianownik w pamięci lub pisemnie);

# Liczby naturalne, liczby całkowite

## Liczby naturalne – dziesiętkowy układ pozycyjny

**Liczby** zapisujemy za pomocą **cyfr**. Jest dziesięć cyfr: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Wykorzystując cyfry, tworzymy zbiory liczbowe. Najprostszym jest **zbiór liczb naturalnych**, który oznaczamy literą **N**.  
 $N = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

**Liczby parzyste** to takie liczby, które są podzielne przez 2, zatem **liczby nieparzyste** to te, które nie są podzielne przez 2. 0 jest liczbą parzystą.

W zbiorze liczb naturalnych wyróżniamy **liczby parzyste** i **liczby nieparzyste**.

W zbiorze liczb naturalnych wyróżniamy także **liczby pierwsze** i **liczby złożone**.

- **Liczby pierwsze** to takie liczby naturalne, które mają tylko dwa dzielniki – 1 i samą siebie. Najmniejszą liczbą pierwszą jest 2, kolejne to: 3, 5, 7, 11, 13,....
- **Liczba złożona** to taka liczba naturalna, która posiada więcej niż dwa różne dzielniki i skończoną ich liczbę.

### WAŻNE!

**Liczby 0 i 1 nie są ani złożone, ani pierwsze, ponieważ 0 ma nieskończenie wiele dzielników, a 1 ma tylko jeden dzielnik (samą siebie).**

Liczby zapisujemy, stosując dziesiętkowy układ pozycyjny.

- **Dziesiętkowy**, bo używamy do tego **dziesięciu** cyfr. Cechą układu dziesiętkowego jest to, że **dziesięć jednostek niższego rzędu tworzy jedną jednostkę rzędu wyższego**, tj. dziesięć jedności tworzy jedną dziesiątkę, dziesięć dziesiątek – jedną setkę, dziesięć setek – jeden tysiąc itd.
- **Pozycyjny** oznacza, że o wartości cyfry (znaku) w liczbie decyduje jej pozycja. W liczbie 123 pod cyfrą 1 kryje się wartość 100, większa niż pod cyfrą 2, pod którą w tej liczbie kryje się wartość 20. Pod największą z cyfr użytych do zapisania liczby 123, pod cyfrą 3, kryje się najmniejsza wartość – dokładnie 3. Decyduje o tym **pozycja** cyfry w liczbie. Dla zilustrowania zagadnienia można rozpisać liczbę 123 na sumę iloczynów cyfr i ich wartości w liczbie:

$$123 = 1 \cdot 100 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 1$$

## 123 ZADANIE 6

Przed rozpoczęciem podróży Janek zauważył, że licznik samochodu wskazuje 56 184 km. Po zakończeniu podróży licznik wskazywał 56 464 km. Jak długo Janek jechał w samochodzie, jeśli średnia prędkość wynosiła 70 km/h?

ROZWIĄZANIE:

$$56\ 464 - 56\ 184 = 280$$

Najpierw należy obliczyć, ile kilometrów przejechał Janek w samochodzie, czyli należy wykonać następujące odejmowanie.

Zatem Janek przejechał 280 km, jadąc z prędkością 70 km/h.

$$280 : 70 = 4$$

Aby obliczyć czas trwania podróży, należy drogę podzielić przez podaną szybkość jazdy samochodu.

Zatem Janek jechał 4 godziny.

ODPOWIEDŹ: Podróż Janka trwała 4 godziny.

## 123 ZADANIE 7

Książka zawiera 247 stron. Na każdej stronie znajduje się średnio 31 wierszy, a w każdym wierszu jest 65 znaków. Ile znaków zostało użytych do napisania tej książki?

ANALIZA:

247 – liczba stron w książce

31 – liczba wierszy na stronie

65 – liczba znaków w wierszu

ROZWIĄZANIE:

$$247 \cdot 31 \cdot 65 = 7\ 657 \cdot 65 = 497\ 705$$

Aby obliczyć liczbę wszystkich znaków, należy pomnożyć liczbę stron przez liczbę wierszy oraz przez liczbę znaków.

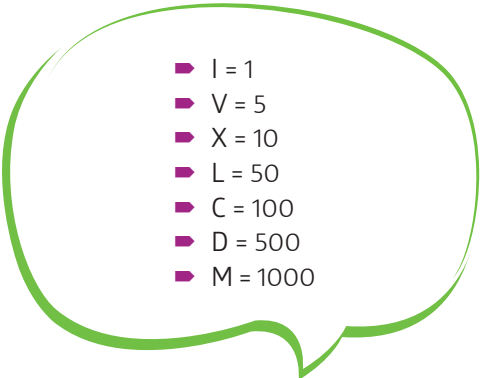
ODPOWIEDŹ: W książce jest 497 705 znaków.

## Liczby rzymskie

Każdy symbol w liczbie rzymskiej ma określoną wartość. Symbole odczytujemy od lewej do prawej. Ich wartości są sumowane lub odejmowane zgodnie z zasadami:

- jeśli symbol po lewej stronie jest **mniejszy od następnego**, jego wartość odejmuje się od następnego
- jeśli symbol po lewej stronie jest **większy lub równy następnemu**, jego wartość dodaje się.

### Podstawowe symbole potrzebne do zapisu liczb rzymskich

- 
- I = 1
  - V = 5
  - X = 10
  - L = 50
  - C = 100
  - D = 500
  - M = 1000

## LICZBY RZYMSKIE DO 3000

I	1	XL	40
II	2	L	50
III	3	LX	60
IV	4	LXX	70
V	5	LXXX	80
VI	6	XC	90
VII	7	C	100
VIII	8	CC	200
IX	9	CCC	300
X	10	CD	400
XI	11	D	500
XII	12	DC	600
XIII	13	DCC	700
XIV	14	DCCC	800
XV	15	CM	900
XVI	16	M	1000
XVII	17	ML	1050
XVIII	18	MCX	1100
XIX	19	MD	1500
XX	20	MM	2000
XXX	30	MMM	3000



### PRZYKŁAD

Zapisz liczbę XIV jako liczbę dziesiętkową.

- X = 10
- I = 1
- V = 5

Jest mniejsze od V, więc odejmujemy.

Dodajemy.

**ROZWIĄZANIE:**

$$10 + (5 - 1) = 14$$



### PRZYKŁAD

Zapisz liczbę 19 sposobem rzymskim.

- największa wartość to 10, zapisujemy jako X
- zostaje 9, zapisujemy jako IX.

**ROZWIĄZANIE:**

$$19 = XIX$$

# Bardziej zaawansowane obliczenia procentowe

## Zamiana procentów na liczby

### PRZYKŁAD

$$1\% = \frac{1}{100}$$

lub  $1\% = 0,01$

$$25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

lub  $25\% = 0,25$

$$0,2\% = \frac{0,2}{100} = \frac{2}{1000} = \frac{1}{500}$$

lub  $0,2\% = 0,002$

$$10,5\% = \frac{10,5}{100} = \frac{105}{1000} = \frac{21}{200}$$

lub  $10,5\% = \frac{10,5}{100} = \frac{105}{1000} = 0,105$

$$250\% = \frac{250}{100} = 2,5$$

## Zamiana liczb na procenty

### PRZYKŁAD

$$\frac{1}{4} = \frac{1}{4} \cdot 100\% = \frac{100}{4}\% = 25\%$$

$$\frac{2}{5} = \frac{2}{5} \cdot 100\% = \frac{200}{5}\% = 40\%$$

$$\frac{3}{4} = \frac{3}{4} \cdot 100\% = \frac{300}{4}\% = 75\%$$

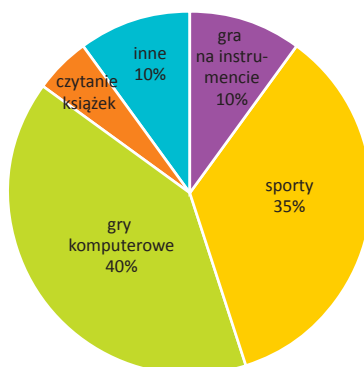
$$1\frac{1}{2} = 1\frac{1}{2} \cdot 100\% = \frac{3}{2} \cdot 100\% = \frac{300}{2}\% = 150\%$$

$$25 = 25 \cdot 100\% = 2500\%$$

Pamiętaj, aby przy obliczeniach procentowych podać zawsze, jakiej wielkości one dotyczą!

### PEWNIAK NA TĘSCIE ZADANIE 1

Grupę 120 uczniów szkoły podstawowej zapytano, jakie ma zainteresowania. Każdy uczeń udzielił tylko jednej odpowiedzi. Wyniki przedstawiono na diagramie kołowym. Oceń prawdziwość zdań. Wstaw znak x w odpowiednią kratkę.



- a) Grę na instrumencie wskazało 12 uczniów.  TAK  NIE
- b) 10 uczniów więcej interesuje się grami komputerowymi niż sportami.  TAK  NIE
- c) 6 uczniów wskazało jako zainteresowanie czytanie książek.  TAK  NIE

**ROZWIĄZANIE :****a)** Obliczamy 10% liczby 120

$$10\% = 0,1$$

$$0,1 \cdot 120 = 12$$

**ODPOWIEDŹ:** TAK.**b)**  $40\% - 35\% = 5\%$ 

5% liczby 120

$$0,05 \cdot 120 = 6$$

**ODPOWIEDŹ:** NIE.**c)**  $100\% - (10\% + 35\% + 40\% + 10\%) =$ 

$$= 100\% - 95\% = 5\%$$

5% liczby 120

$$0,05 \cdot 120 = 6$$

**ODPOWIEDŹ:** TAKGrę na instrumencie wskazało 10% uczniów.  
Zamieniamy procent na ułamek.

Obliczamy, o ile procent uczniów więcej interesuje się grami komputerowymi.

Obliczamy, ile to uczniów.

Obliczamy, ile procent uczniów jako zainteresowanie wskazało czytanie książek.

Obliczamy, ile to uczniów.

**Obliczanie procentu danej liczby**Aby **obliczyć procent danej liczby**, zamieniamy procent na liczbę dziesiętną bądź ułamek zwykły i mnożymy przez daną liczbę.**PRZYKŁAD****a)** 40% liczby 300**b)** 12,5% liczby 48**I SPOSÓB**

Obliczamy 1% (10%) danej wielkości, a następnie żądany procent.

**a)** 40% liczby 300

$$10\% \text{ liczby } 300 \text{ to } 30$$

$$40\% \text{ liczby } 300 \text{ to } 4 \cdot 30 = 120$$

**b)** 12,5% liczby 48

$$10\% \text{ liczby } 48 \text{ to } 4,8$$

$$5\% \text{ liczby } 48 \text{ to } 4,8 : 2 = 2,4$$

$$2,5\% \text{ liczby } 48 \text{ to } 2,4 : 2 = 1,2$$

$$12,5\% \text{ liczby } 48 \text{ to } 4,8 + 1,2 = 6.$$

**II SPOSÓB**

Zamieniamy procent na ułamek dziesiętny lub zwykły o mianowniku 100 i mnożymy przez liczbę.

**a)** 40% liczby 300

$$\frac{40}{100} \cdot 300 = 120$$

**b)** 12,5% liczby 48

$$0,125 \cdot 48 = 6$$

## ROZWIĄZANIE:

$$\begin{aligned} 2 \cdot \frac{5(x-1)}{3} - 3 \cdot \frac{3(2x-3)}{2} &= 3 \cdot \frac{5}{2} - 6 \cdot x \\ 2 \cdot 5(x-1) - 3 \cdot 3(2x-3) &= 3 \cdot 5 - 6x \\ 10(x-1) - 9(2x-3) &= 15 - 6x \\ 10x - 10 - 18x + 27 &= 15 - 6x \\ -8x + 17 &= 15 - 6x \\ 17 - 15 &= -6x + 8x \\ 2 &= 2x \\ x &= 1 \end{aligned}$$

Skracamy ułamki.

Mnożymy czynniki liczbowe.  
Opuszczamy nawiasy i redukujemy wyrazy podobne.

## 123 ZADANIE 2

Sprawdź, które liczby naturalne mniejsze od 10 spełniają równanie  $x^3 - 2x^2 = 0$ .

## ROZWIĄZANIE:

Dla  $x = 0$  mamy  $0^3 - 2 \cdot 0^2 = 0 - 0 = 0$   
 Dla  $x = 1$  mamy  $1^3 - 2 \cdot 1^2 = 1 - 2 = -1$   
 Dla  $x = 2$  mamy  $2^3 - 2 \cdot 2^2 = 8 - 2 \cdot 4 = 8 - 8 = 0$   
 Dla  $x = 3$  mamy  $3^3 - 2 \cdot 3^2 = 27 - 2 \cdot 9 = 27 - 18 = 9$   
 Dla  $x = 4$  mamy  $4^3 - 2 \cdot 4^2 = 64 - 2 \cdot 16 = 64 - 32 = 32$   
 Dla  $x = 5$  mamy  $5^3 - 2 \cdot 5^2 = 125 - 2 \cdot 25 = 125 - 50 = 75$

Podstawiamy z lewej strony równania w miejsce  $x$  kolejne liczby naturalne. Sprawdzamy, kiedy otrzymamy 0.Widać, że otrzymujemy coraz wyższe wyniki. Możemy zatem stwierdzić, że liczbami, które spełniają dane równanie, są:  $x = 0$  oraz  $x = 2$ .

## 123 ZADANIE 3

Znajdź rozwiązania równań:

a)  $x^3 = 1$     b)  $x^4 = 1$     c)  $x^5 = -1$     d)  $x^2 = 25$     e)  $x^3 = -8$

## ROZWIĄZANIE:

a)  $x^3 = 1$

$x = 1$

Musimy się zastanowić, jaka liczba podniesiona do trzeciej potęgi da wynik 1.

b)  $x^4 = 1$

$x = 1$  lub  $x = -1$

Musimy się zastanowić, jaka liczba podniesiona do czwartej potęgi da wynik 1.

c)  $x^5 = -1$

$x = -1$

Musimy się zastanowić, jaka liczba podniesiona do piątej potęgi da wynik  $-1$ .

d)  $x^2 = 25$

$x = 5$  lub  $x = -5$

Musimy się zastanowić, jaka liczba podniesiona do kwadratu da wynik 25.

e)  $x^3 = -8$

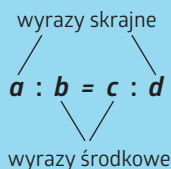
$x = -2$

Musimy się zastanowić, jaka liczba podniesiona do trzeciej potęgi da wynik  $-8$ .

Zauważ, że jeżeli wykładnik potęgi jest parzysty, to liczba po prawej stronie równania musi być nieujemna, a jeżeli nieparzysty, to może to być dowolna liczba.

Zauważ też, że jeżeli wykładnik potęgi jest parzysty, to mamy dwa rozwiązania lub parzystą ich ilość, a jeżeli nieparzysty, to jedno rozwiązanie lub nieparzystą ich ilość. W każdym z tych przypadków można spotkać równanie, które nie ma rozwiązań. Wyjątkiem są równania typu  $x^2 = 0$ ,  $x^3 = 0$ , wtedy zawsze jest jedno rozwiązanie:  $x = 0$ .

Równość  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , gdzie  $b \neq 0$  i  $d \neq 0$ , oznacza **proporcję**.  
Liczby  $a, b, c$  i  $d$ , które tworzą proporcję, są **wyrazami proporcji**.



Liczby  $a, d$  nazywamy **wyrazami skrajnymi** tej proporcji,  
zaś liczby  $b, c$  **wyrazami środkowymi**.

Jeżeli  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , to  $a \cdot d = b \cdot c$ .

W proporcji iloczyn wyrazów skrajnych jest równy iloczynowi wyrazów  
środkowych.

### PRZYKŁAD

Sprawdźmy, czy liczby 6, 8, 15 i 20 tworzą proporcję  $\frac{6}{8} = \frac{15}{20}$ .

**ROZWIĄZANIE:**

Liczby 6 i 20 to wyrazy skrajne, zaś 8 i 15 to wyrazy środkowe.

$$6 \cdot 20 = 120 \text{ i } 8 \cdot 15 = 120$$

Obliczamy iloczyn wyrazów skrajnych i iloczyn wyrazów  
środkowych.

$$6 \cdot 20 = 8 \cdot 15$$

Otrzymane iloczyny są równe.

**ODPOWIEDŹ:** Liczby 6, 8, 15 i 20 tworzą proporcję  $\frac{6}{8} = \frac{15}{20}$ .

### PRZYKŁAD

Rozwiąż równanie:

a)  $\frac{3}{8} = \frac{x-2}{5}$

**ROZWIĄZANIE:**

$$8 \cdot (x-2) = 3 \cdot 5$$

$$8x - 16 = 15 \quad / +16$$

$$8x = 31 \quad / :8$$

$$x = \frac{31}{8}$$

$$x = 3\frac{7}{8}$$

Wyrazy skrajne to: 3 i 5.

Wyrazy środkowe to: 8 i  $(x-2)$ .

Przekształcamy równość ilorazów w równość iloczynów.

Opuszczamy nawiasy.

b)  $\frac{3-2x}{6} = \frac{-3x+2}{5}$

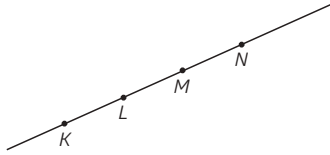
Wyrazy skrajne to:  $(3-2x)$  i 5.

Wyrazy środkowe to: 6 i  $(-3x+2)$ .

Przekształcamy równość ilorazów w równość iloczynów.

## PRZYKŁAD

Na prostej zaznaczono punkty  $K, L, M, N$  (patrz rysunek). Wyznacz wszystkie półproste wyznaczone przez te punkty oraz wszystkie odcinki wyznaczone przez te punkty.



### Półproste:

$KL^{\rightarrow}, LM^{\rightarrow}, LK^{\rightarrow}, MN^{\rightarrow}, ML^{\rightarrow}, NM^{\rightarrow}$

oraz:

półprosta o początku w punkcie  $K$ , do której nie należy żaden z pozostałych punktów,

oraz:

półprosta o początku w punkcie  $N$ , do której nie należy żaden z pozostałych punktów.

### Odcinki:

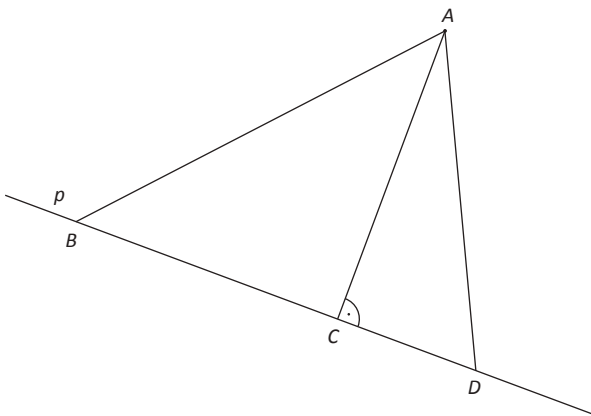
$KL, KM, KN, LM, LN, MN$

## Odległość punktu od prostej

Odległość punktu od prostej to odcinek, który łączy punkt z prostą w taki sposób, że jest do tej prostej prostopadły.

## PRZYKŁAD

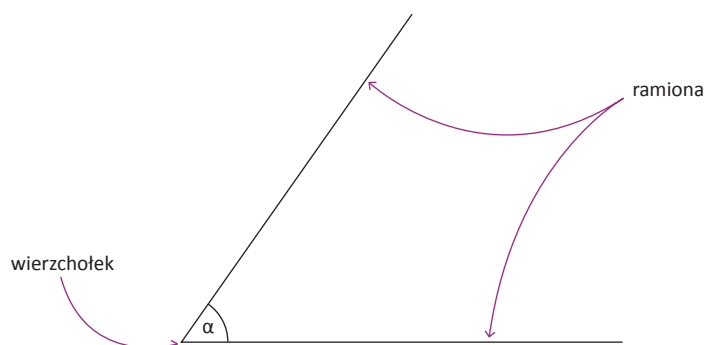
Rysunek przedstawia prostą  $p$  oraz odcinki  $AB, AC$  i  $AD$ . Który z tych odcinków jest odległością punktu  $A$  od prostej  $p$ ?



Zgodnie z definicją odległością jest odcinek prostopadły do prostej. Tylko jeden z odcinków spełnia ten warunek.

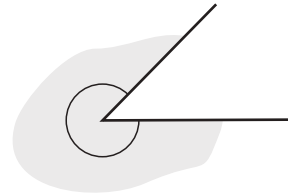
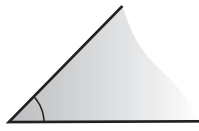
Odległością punktu  $A$  od prostej  $p$  jest odcinek  $AC$ .

## Kąty



## Rodzaje kątów

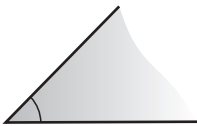
- Ze względu na miarę kąty dzielimy na kąty wypukłe i wklęsłe.



**Kąt wypukły** ma miarę co najwyżej  $180^\circ$  lub  $360^\circ$ .

**Kąt wklęsły** ma miarę większą niż  $180^\circ$ , a mniejszą niż  $360^\circ$ .

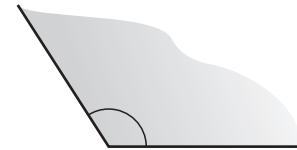
- Wśród kątów wypukłych rozróżniamy następujące rodzaje kątów:



**Kąt ostry** ma miarę większą od  $0^\circ$ , a mniejszą od  $90^\circ$ .



**Kąt prosty** ma miarę równą  $90^\circ$ .



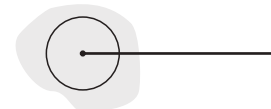
**Kąt rozwarty** ma miarę większą od  $90^\circ$ , a mniejszą od  $180^\circ$ .



**Kąt zerowy** ma miarę równą  $0^\circ$ , jego ramiona pokrywają się.



**Kąt półpełny** ma miarę równą  $180^\circ$ , jego ramiona tworzą prostą.



**Kąt pełny** ma miarę równą  $360^\circ$ , jego ramiona pokrywają się.

## Rysowanie i mierzenie kątów

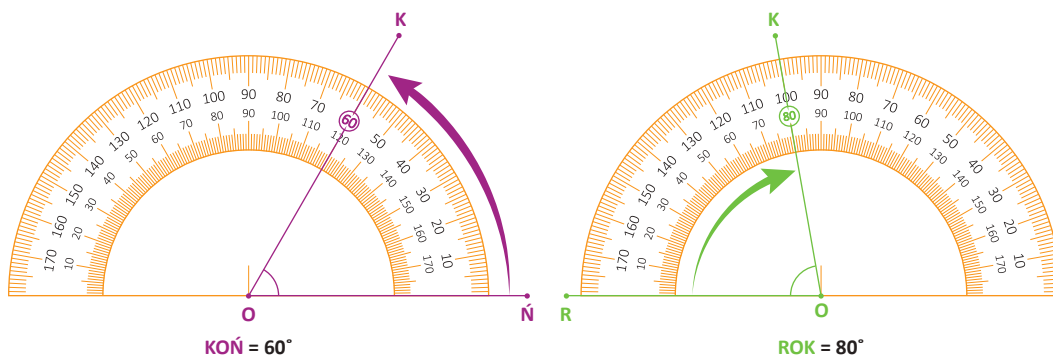
Kąty mniejsze od  $180^\circ$  można zmierzyć za pomocą kątomierza. Pomiar polega na dokładnym odczytaniu wartości w stopniach na skali kątomierza. W praktyce wynik podaje się z dokładnością do  $1^\circ$ , czyli bez wartości po przecinku.

Kąty mniejsze od  $180^\circ$  dzieli się na:

- kąty ostre** – mają miarę większą od  $0^\circ$  i mniejszą od  $90^\circ$ ,
- kąt prosty** – ma miarę równą  $90^\circ$ ,
- kąty rozwarte** – mają miarę większą od  $90^\circ$  i mniejszą od  $180^\circ$ .

Kąt o mierze mniejszej niż  $180^\circ$  można narysować za pomocą linijki i kątomierza. Proces ten przebiega następująco:

- Rysuje się pierwszą półprostą, która stanowi jedno z ramion kąta.
- Środek kątomierza przykładamy do początku narysowanej półprostej.
- Na skali kątomierza zaznacza się punkt odpowiadający wybranej mierze kąta.
- Łączy się początek pierwszej półprostej z zaznaczonym punktem, tworząc drugą półprostą.



### ROZWIĄZANIE:

Korzystając z własności trójkąta prostokątnego o kątach  $30^\circ$  i  $60^\circ$  i bokach  $\frac{1}{2}a$ ,  $h$ ,  $b$ , wyznaczamy zależność między bokami  $b$  i  $h$ :

$$b = 2h$$

Wiemy także, że:

$$b + h = 6$$

Z tych dwóch równań otrzymujemy, że:

$$2h + h = 6$$

$$3h = 6 \quad /:3$$

$$h = 2 \text{ cm}$$

Zatem

$$b = 2 \cdot 2$$

$$b = 4 \text{ cm}$$

Wyznaczamy długość odcinka  $a$ :

$$\frac{1}{2}a = h\sqrt{3} \quad \text{ i } h = 2 \text{ cm}$$

$$a = 4\sqrt{3}$$

$$P = \frac{1}{2}ah$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{3} \cdot 2 = 4\sqrt{3} \text{ [cm}^2\text{]}$$

$$P = \frac{1}{2}b \cdot h_b$$

$$4\sqrt{3} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot h_b$$

$$4\sqrt{3} = 2h_b \quad /:2$$

$$h_b = 2\sqrt{3} \text{ [cm]}$$

$h$  – krótsza przyprostokątna w trójkącie prostokątnym o kątach ostrych  $30^\circ$  i  $60^\circ$

$b$  – przeciwprostokątna w trójkącie prostokątnym o kątach ostrych  $30^\circ$  i  $60^\circ$   
zatem  $b = 2h$

Wiedząc, że  $b = 2h$ , możemy w drugim równaniu podstawić w miejsce  $b$  właśnie  $2h$ .

Mając wyznaczone  $h$ , obliczamy  $b$  z równania  $b = 2h$ .

$\frac{1}{2}a$  – dłuższa przyprostokątna w trójkącie prostokątnym o kątach ostrych  $30^\circ$  i  $60^\circ$

Obliczamy pole trójkąta.

Obliczamy długość odcinka  $h_b$ .

Długość odcinka  $h_b$  obliczamy ze wzoru na pole trójkąta (mając dane pole i bok  $b$ ).

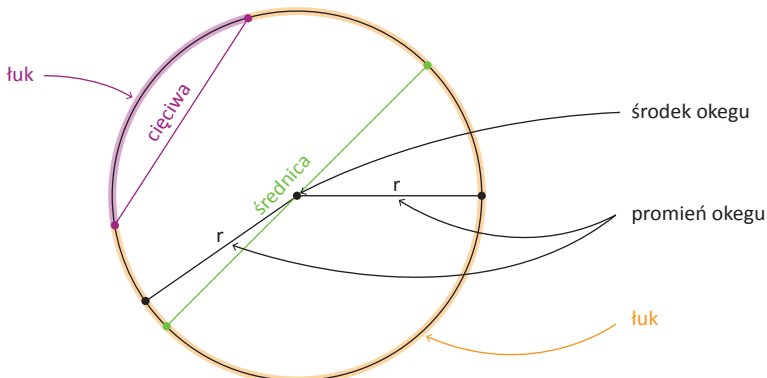
**ODPOWIEDŹ:** Pole trójkąta wynosi  $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$ , a wysokość opuszczona na ramię tego trójkąta ma długość  $2\sqrt{3} \text{ cm}$ .

## Koło i okrąg

### Cięciwa, średnica i promień koła oraz okręgu

- **Cięciwa** – odcinek łączący dwa dowolne punkty leżące na okręgu. Nie przechodzi przez środek koła, chyba że jest to średnica.
- **Średnica** – najdłuższa cięciwa okręgu, która przechodzi przez jego środek. Jest dwa razy dłuższa od promienia.
- **Promień** – odcinek łączący środek okręgu z dowolnym punktem leżącym na okręgu.

OKRĄG



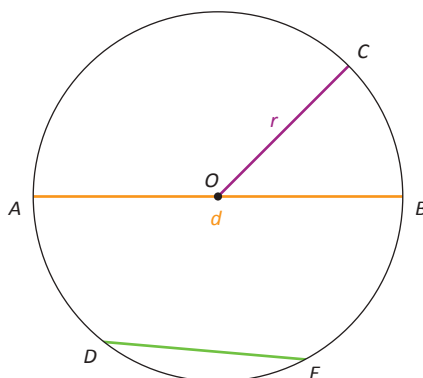
Aby poprawnie narysować promień, średnicę i cięciwę, należy pamiętać o kilku zasadach:

- **Promień** – zaznacza się środek okręgu (punkt  $O$ ) i dowolny punkt na okręgu. Łączy się te punkty odcinkiem.
- **Średnicę** – rysuje się odcinek przechodzący przez środek okręgu, który łączy dwa punkty na okręgu.
- **Cięciwę** – łączy się dowolne dwa punkty leżące na okręgu odcinkiem.

## PRZYKŁAD

Wskaż na rysunku cięciwę, średnicę oraz promień okręgu.

- Cięciwa – odcinek  $DE$  (nie przechodzi przez środek).
- Średnica – odcinek  $AB$  (przechodzi przez środek  $O$ ).
- Promień – odcinki  $OR$  lub (łączy środek okręgu z punktami na okręgu).



$r$  – promień  
 $d$  – średnica  
 $|DE|$  – cięciwa  
 $d = 2r$

## PRZYKŁAD

Podaj różnicę między średnicą a promieniem okręgu.

Średnica jest dwa razy dłuższa od promienia. Jeśli promień ma długość  $r$ , to średnica wynosi  $2r$ .

## Długość okręgu i pole koła

Długość okręgu można obliczyć za pomocą wzoru:

$$L = 2\pi r \text{ lub } L = \pi d$$

gdzie:

- $r$  – promień okręgu
- $d$  – średnica okręgu ( $d = 2r$ )
- $\pi \approx 3,14$

Pole koła można obliczyć za pomocą wzoru:

$$P = \pi r^2$$

gdzie:

- $r$  – promień koła
- $\pi \approx 3,14$

Jeśli dana jest długość okręgu  $L$ , można obliczyć promień  $r$  lub średnicę  $d$  za pomocą wzorów:

- **Promień:**  $r = \frac{L}{2\pi}$
- **Średnica:**  $d = \frac{L}{\pi}$ .

Jeśli dane jest pole koła  $P$ , promień  $r$  można obliczyć ze wzoru:

$$d = 2r = 2\sqrt{\frac{P}{\pi}}$$

**Zadanie 15. (0–1)**

Średnia arytmetyczna dwóch ocen Janka z matematyki jest równa 3,5.

Jaką trzecią ocenę musi uzyskać Janek, by średnia jego ocen była równa 4? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 3

B. 4

C. 5

D. 6

**CKE ZADANIA Z EGZAMINU, IV 2020****Zadanie 1. (0–1)**

Rowerzysta uczestniczył w rajdzie rowerowym. Całą trasę rajdu pokonał w ciągu czterech dni. W tabeli poniżej przedstawiono długości kolejnych etapów trasy, które przebył każdego dnia.

Dzień	Długość kolejnych etapów trasy (w km)
poniedziałek	26
wtorek	27
środa	21
czwartek	31

Uzupełnij poniższe zdania. Wybierz odpowiedź spośród oznaczonych literami A i B oraz odpowiedź spośród oznaczonych literami C i D.

W poniedziałek i wtorek rowerzysta przejechał łącznie  A  B długości całej trasy rajdu.

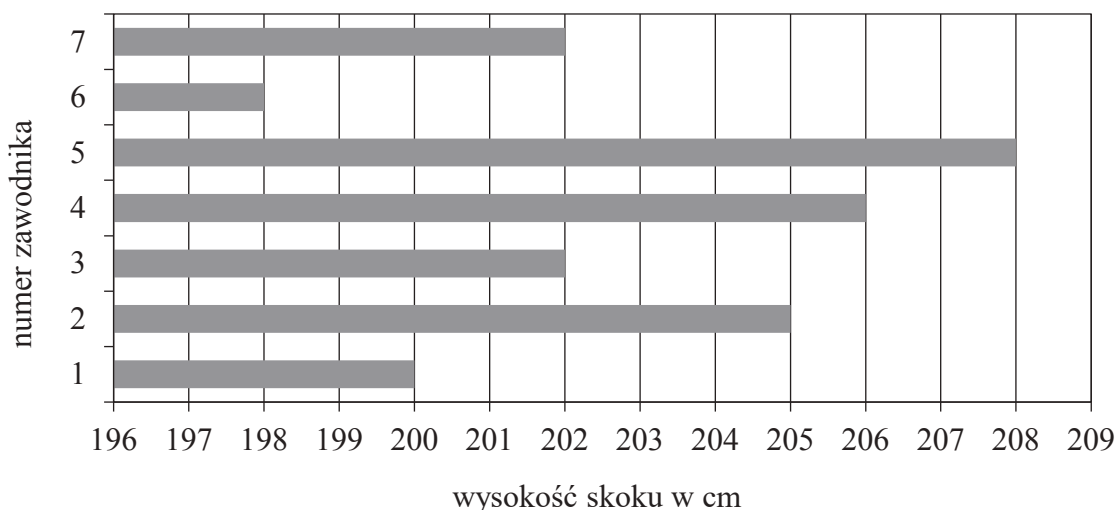
A. więcej niż 50%

B. mniej niż 50%

W środę rowerzysta przejechał  C  D długości całej trasy rajdu.

C.  $\frac{1}{4}$ D.  $\frac{1}{5}$ **Zadanie 8. (0–1)**

Na diagramie przedstawiono wyniki (w centymetrach) uzyskane przez zawodników uczestniczących w finale konkursu skoku wzwyż.



Ilu zawodników uzyskało wynik wyższy od średniej arytmetycznej wyników wszystkich uczestników finału tego konkursu? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

**CKE** CKE ZADANIA Z EGZAMINU PRÓBNEGO, III 2021

**Zadanie 1. (0–1)**

W szkole Adama w gazetce szkolnej ukazał się artykuł, dotyczący wyboru przez ósmoklasistów szkoły ponadpodstawowej.



Poniżej zapisano trzy prawdziwe informacje.

I. Ankietę oddało łącznie 150 uczniów.

II. W ankiecie wzięli udział wszyscy uczniowie klas ósmych.

III. Łącznie mniej niż połowa uczniów biorących udział w ankiecie zamierza kontynuować naukę w technikum lub w branżowej szkole.

Które z informacji – I, II, III – wynikają z analizy danych zamieszczonych w treści artykułu? Wybierz właściwą odpowiedź spośród podanych.

A. Tylko I i II.

B. Tylko I i III.

C. Tylko II i III.

D. Wszystkie – I, II i III.



**Kompletny zestaw na egzamin ósmoklasisty!**

**Szybko i pewnie do celu!**

**Znamy pytania na test i mamy na nie odpowiedzi!**

.....

*Egzamin ósmoklasisty – Repetytorium Matematyka* to książka, z którą przygotujesz się do egzaminu szybko, sprawnie i z gwarancją sukcesu! Znajdziesz tutaj wszystkie **wymagane działy tematyczne**, a do każdego z nich starannie opracowane **zagadnienia teoretyczne, definicje i wzory** – szukaj **pewniaków na test**! Wszystkie zadania w książce zawierają **rozwiązania krok po kroku**, dzięki którym łatwo prześledzisz tok pracy, a także są **skonstruowane dokładnie tak, jak zadania na sprawdzianach i na egzaminie**. Nowoczesna, dynamiczna i kolorowa szata graficzna uprzyjemni i przyspieszy naukę!

**Tylko z nami zdasz egzamin!**

ISBN 978-83-8186-197-7



9 788381 861977

**GREG**  
WYDAWNICTWO

Wydawnictwo GREG  
ul. Klasztorna 2B ■ 31-979 Kraków  
www.greg.pl